Nombre d’or et nature(1)

Année 2014 – 2015

Liam MAZET ; Lilian MEMBRE, Elian GONIN, Lucas MARTIN, élèves de quatrième.

Encadrés par DAVID Marie-Claude, DUMONT Vincent, BOUSQUET Stéphane, KROLL Jean-Yves

Établissements : Collège de la Côte Roannaise (Renaison) et Collège des Etines (Le Coteau)

Chercheur Laurent PUJET MENJOUET, Institu Camille Jordan, Université de Lyon 1.

Présentation du sujet

-Qu’est-ce que le nombre d’or ?
-Quels sont les phénomènes naturels faisant intervenir le nombre d’or ?

Le nombre d’or

Le nombre d’or est connu depuis l’antiquité.
Appelé également au fil des siècles **la divine proportion** ou **la proportion d’or**, il est présent dans la **nature**, dans **l’art**, dans **l’architecture** …

Mais de quelle manière ? dans quelle mesure ?

Nous avons découvert le lien avec la suite de Fibonacci…
La suite de Fibonnacci (mathématicien italien 1170-1250)
Les deux premiers termes de la suite sont égaux à 1, les termes suivants s’obtiennent en ajoutant les deux précédents : on fabrique ainsi la suite de Fibonacci (en rouge)
On calcule ensuite les quotients de 2 termes consécutifs (colonne de droite)

1 ;	1 / 1 =**1**
1 + 1 = **2** ;	2 / 1=**2**
1 + 2 = **3** ;	3 / 2=**1,5**
2 + 3 = **5** ;	5 / 3≈**1,666667**
3 + 5 = **8 ;**	8 / 5=**1,6**
5 + 8 = **13** ;	13 / 8=**1,625**
8 + 13 = **21 ;**	21 / 13 ≈ **1,615384**
13 + 21 = **34** ;	34 / 21 ≈ **1,619047**
21 + 34 = **55** ;	55 / 34 ≈ **1,617647**
34 + 55 = **89 ;**	89 / 55 ≈**1,618182**
55 + 89 = **....** ;	…………

Les quotients de 2 termes consécutifs de la suite de Fibonacci tendent vers le nombre d’or ϕ (2)

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'aspect géométrique

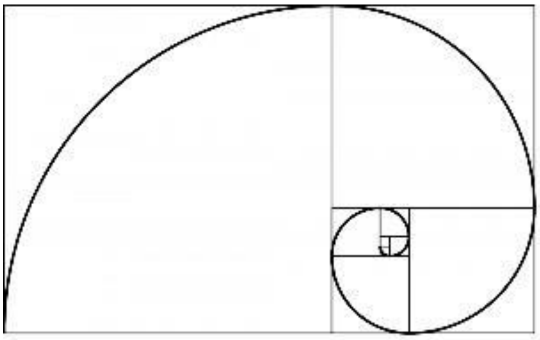
Rectangle d'or et pentagramme…

Si le rapport de la longueur d'un rectangle par sa largeur est égal à ϕ alors ce rectangle est un rectangle d'or.

Une construction surprenante:

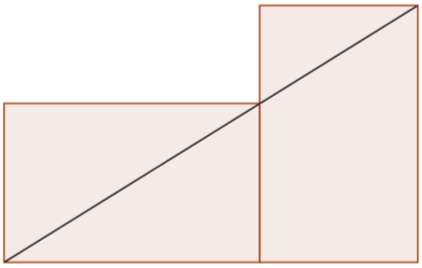
plusieurs rectangles d'or imbriqués les uns dans les autres.

On obtient aussi la spirale logarithmique(3) qui peut grandir à l'infini dans la proportion du nombre d'or.



Nous avons construit cette figure sur une feuille au format A3 en commençant par tracer le grand rectangle.

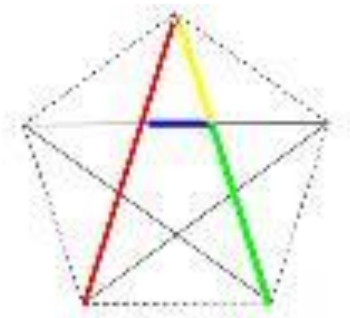
Et avec 2 rectangles d'or identiques « collés »comme ceci :



La diagonale du premier rectangle passe par le sommet du deuxième rectangle.

Essayez avec vos cartes de crédit, de fidélité, la carte d'identité, les cartes à jouer…et vérifiez si ce sont des rectangles d'or !

Le nombre d'or est présent dans les branches du pentagramme



Les rapports de 2 longueurs « qui se suivent » lorsque nous classons les segments colorés du plus grand au plus petit sont égaux au nombre d'or.

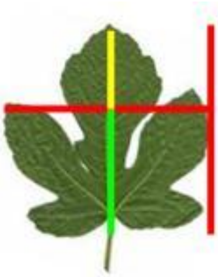
Error! = Error! = Error!= ϕ

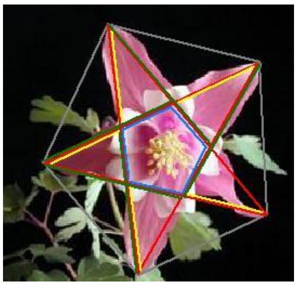
Nous utiliserons par la suite ce système de segments colorés pour illustrer nos exemples.

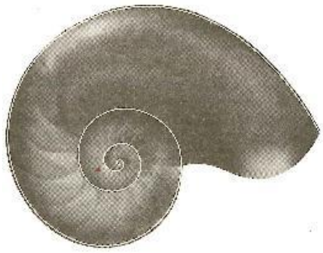
Mais où se cache le nombre d'or dans la nature ?

♦ Il est présent dans les feuilles des arbres de différentes manières selon leurs formes.
Et aussi dans les fleurs à « 5 branches ». On rencontre également la spirale logarithmique dans certains coquillages.


Hètre


Figuier


Ancolie commune


Nautilus

♦ Et chez l'homme ?

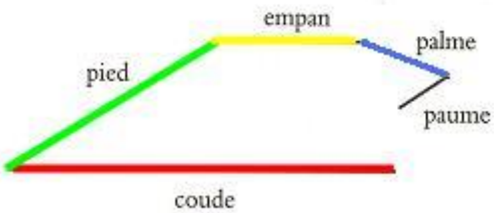
Les cinq mesures des anciens bâtisseurs : ils utilisaient une **tige constituée de cinq tiges articulées**, correspondant chacune à une unité de mesure de l'époque, relatives au corps humain : **la paume, la palme, l'empan, le pied et la coudée**

Coudée

= Pied + Empan

Pied = Empan + Palme

Empan = Palme + Paume



Et **Error!**

Ce type d'instruments (et d'autres analogues utilisés dès l'antiquité) explique que nous retrouvons très souvent le nombre d'or dans le domaine de l' architecture.

Nous avons effectué ces mesures sur nous-mêmes puis nous avons calculé les rapports mais ce ne fut guère concluant : la morphologie des hommes du moyen-âge n'était peut-être pas la même que celle de l'homme du 21ième siècle …

Le nombril divise le corps suivant le nombre d'or :

. Il correspond en effet au rapport « taille de l'individu » sur « mesure du sol au nombril ».

C'est par exemple le cas de **la vénus de Milo**

Nous avons effectué l'expérience sur un échantillon de 55 personnes (10 adultes, 1 enfant et 44 adolescents) et nous avons obtenu un résultat étonnant : La moyenne des 55 rapports « taille de l'individu » sur « mesure du sol au nombril » est très proche du nombre d'or : **1,61970485** !!!

Voici nos mesures et résultats:

	p.n (cm)	n.t (cm)	taille/p.n	p.n/n.t
2	130	70	1,53846154	1,85714286
3	132	66	1,5	2
4	128	67	1,5234375	1,91044776
5	120	67	1,55833333	1,79104478
6	122	63	1,51639344	1,93650794
7	117	63	1,53846154	1,85714286
8	115	57	1,49565217	2,01754386
9	100	66	1,66	1,51515152
10	100	65	1,65	1,53846154
11	100	61	1,61	1,63934426
12	100	60	1,6	1,66666667
13	90	55	1,61111111	1,63636364
14	100	65	1,65	1,53846154
15	97	59	1,60824742	1,6440678
16	99	61	1,61616162	1,62295082
17	92	59	1,64130435	1,55932203
18	97	63	1,64948454	1,53968254
19	101	62	1,61386139	1,62903226
20	92	60	1,65217391	1,53333333
21	93	59	1,6344086	1,57627119
22	95	68	1,71578947	1,39705882
23	100	59	1,59	1,69491525
24	100	62	1,62	1,61290323
25	100	60	1,6	1,66666667
26	99	60	1,60606061	1,65
27	94	61	1,64893617	1,54098361
28	108	62	1,57407407	1,74193548
29	96	61	1,63541667	1,57377049
30	102	60	1,58823529	1,7
31	108	69	1,63888889	1,56521739
32	95	56	1,58947368	1,69642857
33	100	66	1,66	1,51515152
34	112	69	1,61607143	1,62318841
35	100	61	1,61	1,63934426
36	96	58	1,60416667	1,65517241
37	97	62	1,63917526	1,56451613
38	92	57	1,61956522	1,61403509
39	105	68	1,64761905	1,54411765
40	101	61	1,6039604	1,6557377
41	102	65	1,6372549	1,56923077
42	100	61	1,61	1,63934426
43	108	65	1,60185185	1,66153846
44	90	60	1,66666667	1,5
45	92	63	1,68478261	1,46031746
46	100	63	1,63	1,58730159
47	103	64	1,62135922	1,609375
48	100	63	1,63	1,58730159
49	96	71	1,73958333	1,35211268
50	95	58	1,61052632	1,63793103
51	92	58	1,63043478	1,5862069
52	100	64	1,64	1,5625
53	95	70	1,73684211	1,35714286
54	84	56	1,66666667	1,5
55	101	69	1,68316832	1,46376812
56				
57				

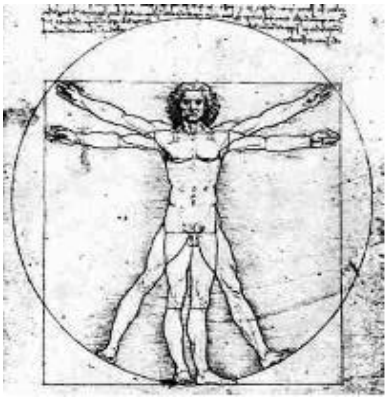
echantillon:10 adultes,1enfants et 44 adolescents
(55 personnes)

moyenne taille/p.n 1,61970485

moyenne p.n/nt 1,62470653

avec t: taille de la personne
p.n.: mesure des pieds au nombril
n.t.: mesure du nombril à la tête

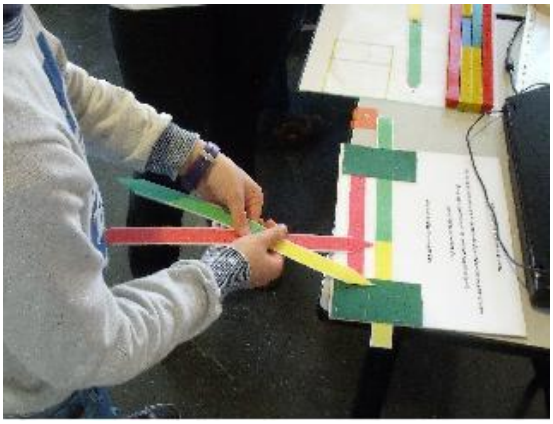
Léonard de Vinci a d'ailleurs créé L'homme de Vitruve sur cette base.



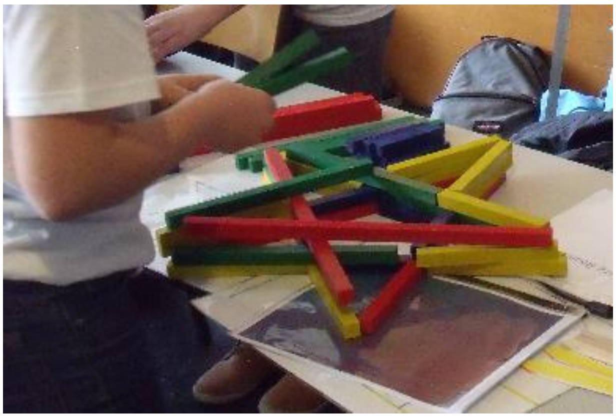
Le côté du carré correspond à la taille de l'homme et le rayon du cercle est égal à la mesure « pied-nombril » et on a **Error!** = **ϕ**

Et vous, êtes-vous proche de l'homme de Vitruve ?
De la Vénus de Milo ?
Auriez-vous été un grand bâtisseur ? Laissez-vous mesurer et vous saurez tout de vous !!

Expériences et matériel.



Afin de pouvoir vérifier si des mesures correspondaient au nombre d'or, nous avons fabriqué des « compas à nombre d'or ».
La grande branche et la petite sont dans le rapport du nombre d'or.
Ainsi, et d'après le théorème de Thalès, le rapport « grand écartement » sur « petit écartement » est égal à **ϕ.**



Nous avons également construit (à l'aide de l'agent de service de notre collège que nous remercions) un jeu de construction avec des bois de 4 longueurs différentes qui entrent deux par deux dans le rapport du nombre d'or et de 4 couleurs différentes (rouge-vert-jaune-bleu) déjà utilisées dans cet article.
Les visiteurs au congrès pouvaient donc essayer de reconstituer des rectangles d'or, les pentagrammes etc…

Ces compas et les bois de construction ont été bien appréciés !

Notes d'édition
(1) Cet article présente un travail de recherche documentaire sur le nombre d'or ; ce qui est très différent du travail mené par les ateliers MATh.en.JEANS habituellement, où les élèves font un travail de recherche mathématique au sens propre. Ici, les mathématiques sont un outil qui est en particulier utilisé pour faire des statistiques et des mesures.
(2) On peut déjà voir sur ces calculs que ce nombre d'or est à peu près égal à 1,6. Mais il faut se méfier de ce type de calcul : il existe des suites qui semblent tendre vers un nombre lorsqu'on calcule ses premiers éléments, et pourtant ! qui « n'ont pas de limite ». A voir quand vous serez au lycée !
(3) Construction de la spirale logarithmique : on construit le carré de côté la largeur du premier rectangle d'or et on inscrit un premier quart de cercle dans ce carré (voir la figure) ; puis on recommence avec le deuxième rectangle d'or et ainsi de suite en mettant bout à bout les quarts de cercle ainsi construits.