

Navettes spéciales

Année 2017 – 2018

Yann DEMANGE, Florian GREGORY, élèves de 5^{ème}
Lyla DEMANGE, Mélanie GARDEUX, Izaline ZENTE élèves de 3^{ème}.

Encadrés par HIRIART Louissette, FINDIK Ziya

Établissements : Collège George CHEPFER de VILLERS lès NANCY

Chercheuse : Marie Duflot-Kremer, Université de Lorraine, LORIA & Inria Nancy Grand Est



1. Présentation du sujet (Une idée de Serge Ermisse, remixée par Marie Duflot-Kremer)

Dans une galaxie fort lointaine se trouvent 5 planètes tournant au même rythme et sur la même orbite autour d'un même soleil (il est fortement déconseillé d'en parler à son prof de sciences physiques qui risquerait de dire que c'est impossible). Afin de bien les différencier et pour faciliter l'apprentissage des enfants à l'école, chaque planète a été peinte d'une couleur différente, on a donc la planète rouge, la bleue, la verte ; la jaune et la blanche. Elles se trouvent plus ou moins sur un cercle (on n'est plus à une incohérence près) mais suite à des guerres avec des planètes des étoiles voisines, 4 des cinq planètes (la rouge, la bleue, la jaune et la verte) ne disposent plus que de 2 navettes spatiales quand la blanche n'en a plus qu'une. Chaque planète a par contre gardé deux pistes d'atterrissage en état.

Et encore, ces navettes sont relativement endommagées de sorte qu'elles ne peuvent plus voler que d'une planète à une de ses voisines. Pour éviter tout risque de collision (et donc de perdre une des dernières navettes) les échanges commerciaux se font donc une seule navette à la fois (les 8 autres restent au sol pendant ce temps) et une navette ne quitte sa planète que quand il y a une piste d'atterrissage libre sur la planète de destination. Tout se passe bien et les navettes voyagent, mais pour le solstice d'hiver tous les pilotes doivent rejoindre leur planète pour fêter cela en famille.

Votre mission est donc la suivante : à partir d'une situation de départ donnée (chaque navette posée sur une planète, pas forcément la sienne) comment faire pour que, en respectant les règles ci-dessus, chaque navette retourne sur sa planète ?

Et si vous y arrivez, on verra ce que vous pourrez faire en cas de tempête galactique (quand les navettes ne peuvent plus se déplacer que dans le sens du tourbillon galactique) ou même suite à cette tempête qui a déplacé les planètes.

2. Sommaire

- A – Présentation des planètes et des navettes ainsi que des règles de déplacement des navettes.
- B – Situation normale.
- C – Tempête avec un tourbillon galactique.
- D – Après une tempête galactique, les planètes sont maintenant alignées.

3. Conclusion

Dans le cas général, à partir d'une situation de départ donnée, nous faisons rejoindre chaque navette sa planète d'origine par des échanges successifs de 2 navettes.

Ensuite dans une tempête si les navettes sont soumises à un tourbillon galactique, nous avons trouvé un algorithme pour que chaque navette puisse rejoindre sa planète d'origine.

Enfin nous avons trouvé un autre algorithme si les planètes sont alignées après la tempête galactique.

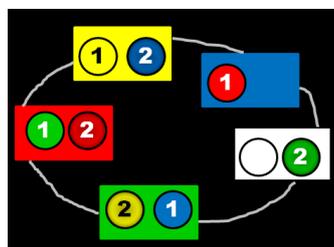
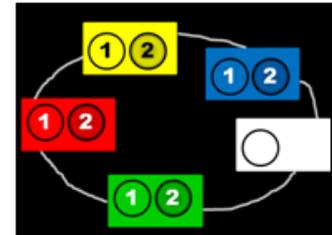
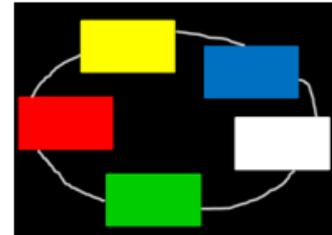
Navettes spéciales

A – Les éléments et les règles de déplacement

On dispose de 5 planètes fixes : une bleue, une blanche, une verte, une rouge et une jaune sur une même orbite, comme ci-contre, représentées par des rectangles.

Sur chaque planète, il ne reste que 2 pistes d'atterrissage en état.

Chaque planète dispose de 2 navettes spatiales, numérotées 1 et 2, de la même couleur que la planète, sauf la planète blanche qui n'en a qu'une. Ci-contre, chaque navette est sur sa planète d'origine.



Les navettes voyagent mais en respectant les règles de sécurité suivantes :

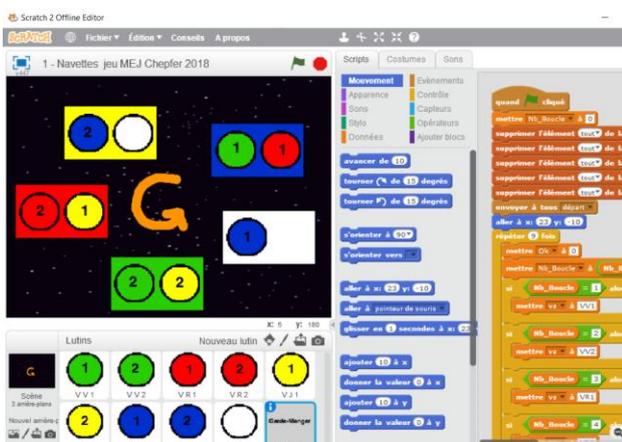
- Déplacement d'une navette que vers une de ses deux planètes voisines s'il y a une piste d'atterrissage libre.
- Déplacement que d'une navette à la fois, les 8 autres restant au sol pendant le temps du déplacement de la navette.

On observe ci-contre que 4 navettes peuvent se déplacer sur la piste libre de la planète bleue : la navette jaune 1, la bleue 2, la verte 2 ou la blanche.

Notre mission :

Comment faire pour que chaque navette rejoigne sa planète d'origine en respectant les règles de sécurité quelque soit la situation de départ ?

Après avoir dans un premier temps déplacé des bouts de carton, puis des pièces de Lego, on a programmé un jeu sur SCRATCH (en pièce jointe). (1)



En appuyant sur le drapeau vert, les navettes se placent aléatoirement sur les planètes, c'est la situation de départ.

En cliquant au centre de la navette que l'on veut déplacer, elle se dirige automatiquement vers la piste libre de la planète voisine.

Il y a un fond d'écran différent pour chacune des situations étudiées (normale, tourbillon galactique, planètes alignées).

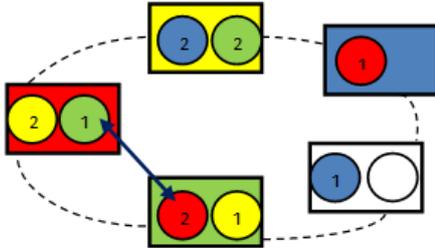
Nous nous sommes servis de ce jeu pour établir les résultats de cet article.

B – Situation normale : échange de 2 navettes, les autres reviennent sur la planète où elles étaient avant l'échange

Nous avons tout d'abord constaté que l'on pouvait toujours échanger 2 navettes sans rien changer d'autre dans la configuration des navettes. Et ainsi, en répétant cette action un certain nombre de fois et en déplaçant parfois une seule navette, nous arrivons toujours à ramener toutes les navettes sur leur planète d'origine quelle que soit la situation de départ.

Nous avons été confrontés à 3 cas différents d'échange de 2 navettes :

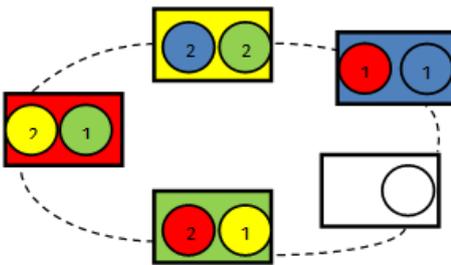
Cas 1 : Echange de 2 navettes sur deux planètes côte à côte.



Par exemple on veut échanger la navette verte 1 et la navette rouge 2 qui sont sur les 2 planètes rouge et verte côte à côte.

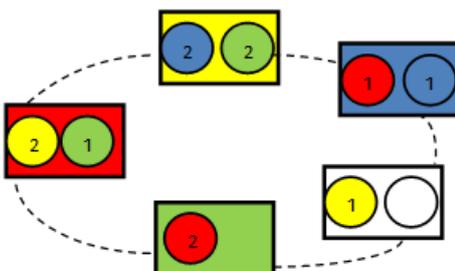
Pour échanger 2 navettes, il faut :

→ 1°) dégager une piste libre sur une planète à côté d'une des 2 planètes côte à côte en déplaçant une navette.



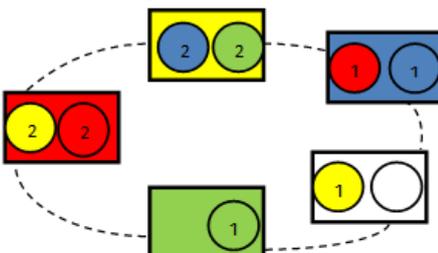
On a déplacé, par exemple, la navette bleue 1 vers la piste d'atterrissage libre.

→ 2°) sur la planète qui est à côté de celle avec la piste d'atterrissage libre et qui contient une navette à échanger, déplacer l'autre navette qui n'est pas à échanger.



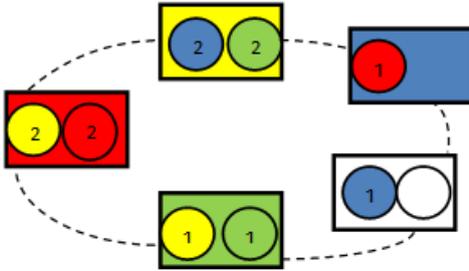
On a déplacé la navette jaune 1 vers la piste d'atterrissage libre.

→ 3°) échanger les deux navettes qu'on voulait échanger.



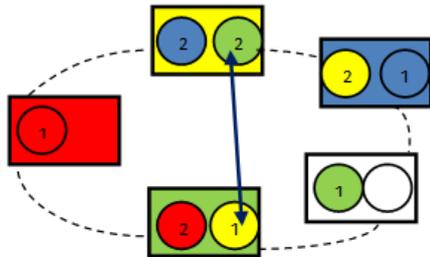
On a déplacé la navette verte 1 vers la piste d'atterrissage libre puis la navette rouge 2.

→ 4°) remettre les navettes déplacées sur les planètes où elles étaient au départ.



On a remis la navette jaune 1 sur la planète verte et la navette bleue 1 sur la planète blanche.
Les deux navettes verte 1 et rouge 2 sont échangées, les autres navettes sont dans leur position de départ.

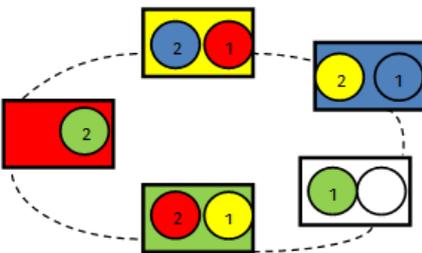
Cas 2 : Echange de 2 navettes sur deux planètes non côte à côte alors que la piste d'atterrissage libre est sur la planète entre les deux.



Par exemple on veut échanger la navette verte 2 et la navette jaune 1 qui sont sur les planètes jaune et verte non côte à côte alors que la piste libre est sur la planète rouge entre la planète jaune et la verte.

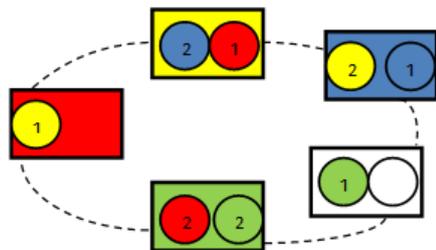
Pour échanger 2 navettes, il faut :

- 1°) -ne jamais déplacer les deux navettes qui sont à côté des navettes à échanger.
- échanger une des deux navettes qu'on veut échanger avec celle qui est sur la planète avec la piste libre.



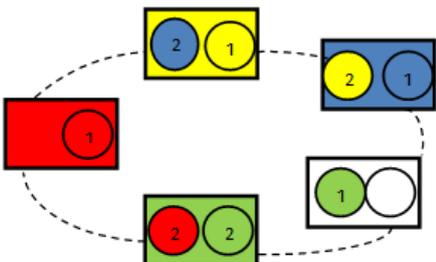
On a, par exemple, déplacé la navette verte 2 vers la piste d'atterrissage libre puis la navette rouge 1.
Les navettes bleue 2 et rouge 2 ne seront jamais déplacées.

→ 2°) les deux navettes que l'on veut échanger au départ sont alors sur deux planètes côte à côte, on les échange.



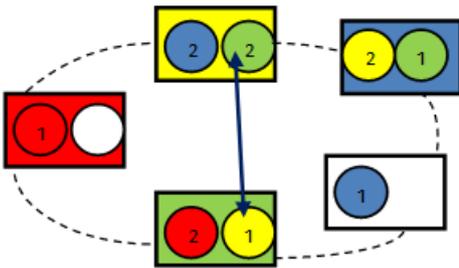
On échange la navette jaune 1 et la navette verte 1 qui sont sur deux planètes côte à côte.
Pour cela, on a déplacé la navette jaune 1 vers la piste d'atterrissage libre puis la navette verte 2.

→ 3°) terminer par un dernier échange de 2 navettes pour arriver à ce que l'on souhaitait au départ.



On a déplacé la navette rouge 1 vers la piste d'atterrissage libre puis la navette jaune 1.
L'échange est fait, les autres navettes sont dans leur position de départ.

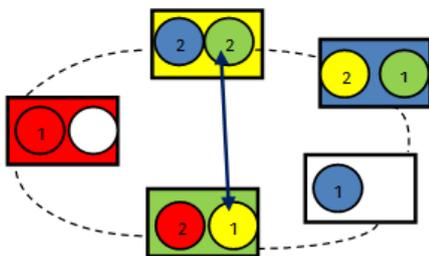
Cas 3 : Echange de 2 navettes sur deux planètes non côte à côte alors que la piste d'atterrissage libre n'est pas sur la planète entre les deux.



Par exemple on veut échanger la navette verte 2 et la navette jaune 1 qui sont sur les planètes jaune et verte non côte à côte alors que la piste libre n'est pas sur la planète rouge entre la planète jaune et la verte.

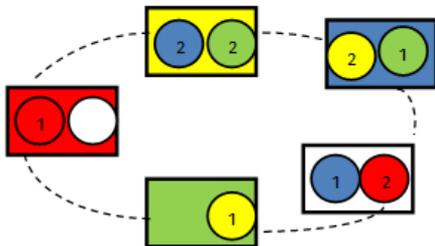
Pour échanger 2 navettes, il faut :

→ 1°) repérer la planète qui contient une des 2 navettes à échanger et qui est la plus proche de la planète contenant la piste d'atterrissage vide.



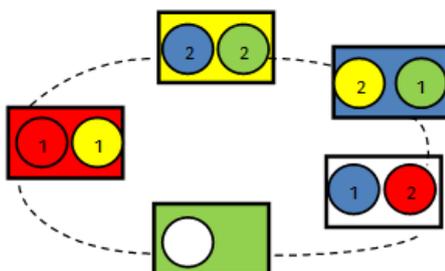
On repère la planète verte.

→ 2°) déplacer la navette qui n'est pas à échanger de la planète repérée sur la piste d'atterrissage libre.



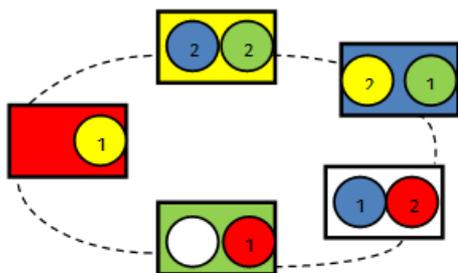
On a déplacé la navette rouge 2 sur la piste libre.

→ 3°) échanger une des 2 navettes qui est sur la planète située entre les 2 planètes où sont au départ les navettes que l'on veut échanger avec l'autre navette (celle à échanger) de la planète repérée.



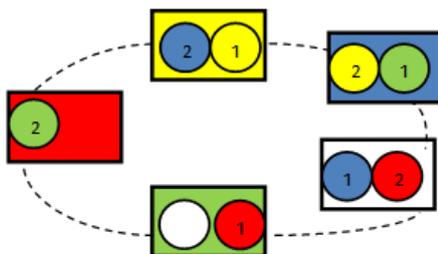
On a, par exemple, déplacé la navette blanche de la planète rouge entre les planètes jaune et verte sur la piste libre puis la navette jaune 1.

→ 4°) déplacer l'autre navette qui est sur la planète située entre les 2 planètes où étaient au départ les navettes que l'on veut échanger.



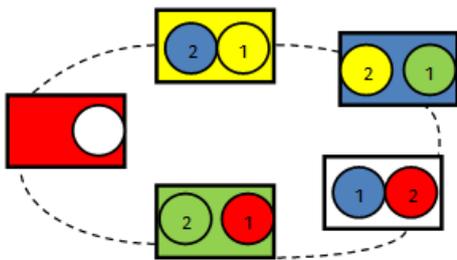
On a déplacé la navette rouge 1 de la planète rouge sur la piste libre.

→ 5°) échanger les 2 navettes que l'on voulait échanger au départ.



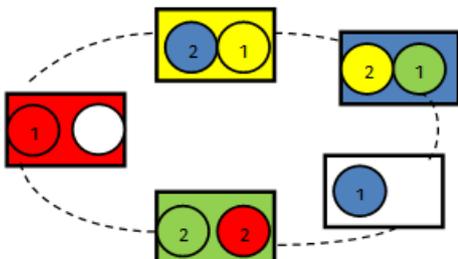
On a déplacé la navette verte 2 sur la piste libre puis la navette jaune 1.

→ 6°) échanger une des deux navettes sur la planète repérée au début avec la navette à côté de la piste libre.



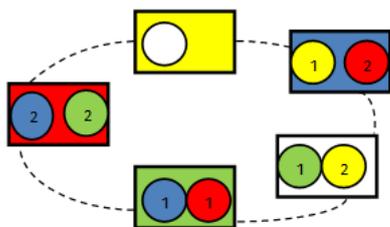
On a déplacé, par exemple, la navette blanche sur la piste libre puis la navette verte 2.

→ 7°) remettre les navettes déplacées sur les planètes où elles étaient au départ.

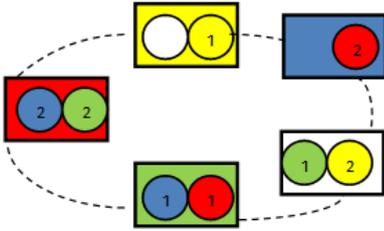


On a déplacé la navette rouge 1 sur la piste libre puis la navette rouge 2. L'échange est fait, les autres navettes sont dans leur position de départ.

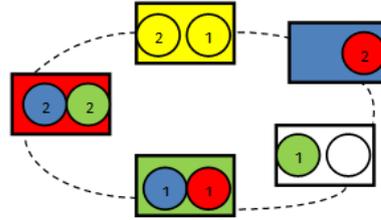
Au final, avec ces 3 cas d'échange de 2 planètes, nous sommes capables de ramener toutes les navettes sur leurs planètes d'origine comme nous allons le voir pour la situation de départ suivante :



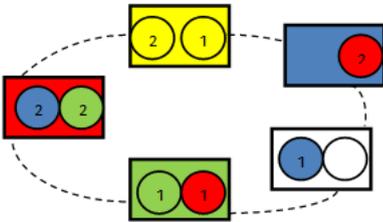
1°) On déplace la navette jaune 1 sur la piste libre



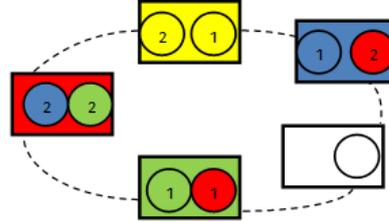
2°) On échange la navette jaune 2 et la blanche (cas 2).



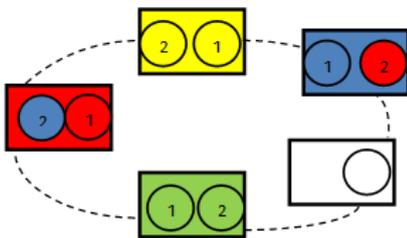
3°) On échange la navette verte 1 et la bleue 1 (cas 1).



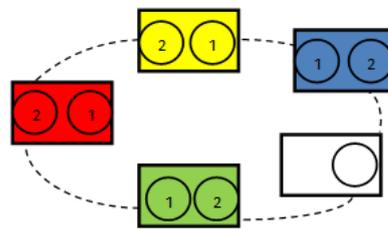
4°) On déplace la navette bleue 1 sur la piste libre.



5°) On échange la navette rouge 1 et la verte 2 (cas 1).



6°) On échange la navette rouge 2 et la bleue 2 (cas 3).



Chaque navette a alors regagné sa planète d'origine.

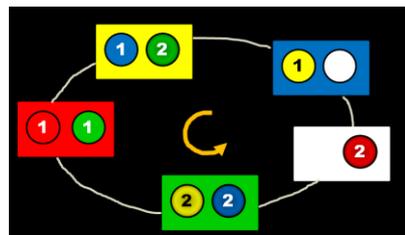
Nous pensons qu'avec cette méthode, nous arriverons toujours à ramener chaque navette sur sa planète d'origine (on a fait de nombreuses simulations sur notre jeu sur SCRATCH) mais nous ne savons pas le démontrer.

C – Lors d'une tempête galactique les navettes sont soumises à un tourbillon galactique.

Les navettes ne peuvent se déplacer maintenant que dans le sens du tourbillon indiqué par la flèche pour regagner leur planète.

Ainsi, il n'y a plus que 2 navettes qui peuvent se déplacer vers la piste libre.

Ci-contre, seule une des 2 navettes de la planète verte, la navette jaune 2 ou la bleue 2, peut se déplacer sur la piste libre de la planète blanche voisine.

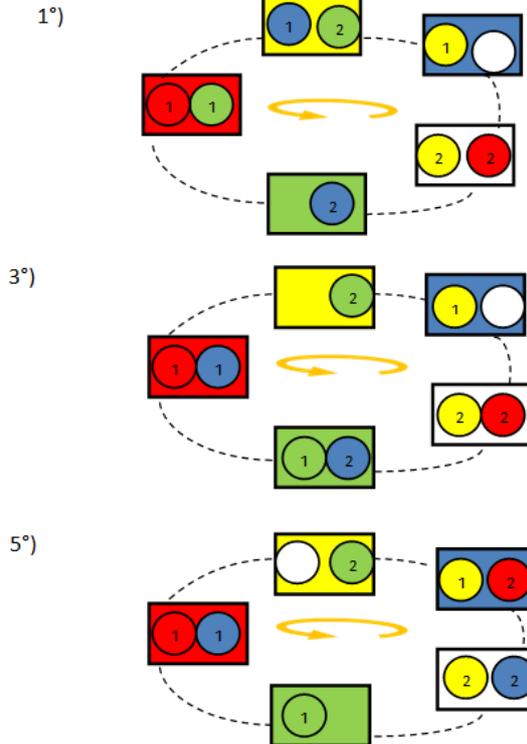
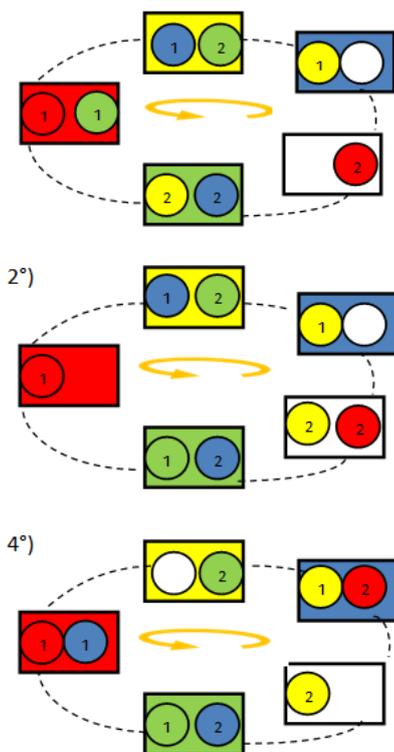


Premier algorithme :

→ Des 2 navettes d'une même planète qui peuvent se déplacer, si elles sont de couleurs différentes, on déplace celle qui a la plus grande distance à parcourir pour regagner sa planète, sinon si elles sont de même couleur, on déplace la navette 1.

→ On continue ainsi les déplacements tant que toutes les navettes ne sont pas rentrées sur leur planète.

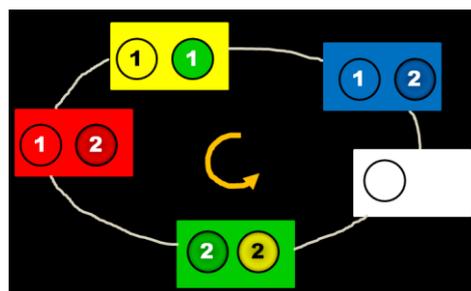
Voici les 5 premiers déplacements à partir d'une situation de départ donnée.



En continuant ainsi, l'algorithme permet aux navettes de rejoindre leurs planètes d'origine en 20 déplacements.

Nous pensions en avoir fini, mais **cet algorithme est faux**.

En effet avec la situation de départ ci contre, l'algorithme tourne en boucle à l'infini, sans jamais ramener les navettes jaunes 2 et verte 1 sur leur planète d'origine. [2]



L'algorithme ne marche pas avec **TOUTES** les situations de départ.

Nous avons alors trouvé un deuxième algorithme.

Deuxième algorithme :

On a alors eu l'idée de fixer la navette bleue 1 et d'amener à sa suite les navettes à la queue leu leu en respectant l'ordre des navettes suivant :

la bleue 2, la blanche, les deux navettes vertes, les deux rouges puis les deux jaunes comme sur le schéma ci-contre.

Puis on tourne l'ensemble jusqu'à ce que chaque navette soit sur sa planète d'origine.



Pour cela, nous appliquons l'algorithme suivant :

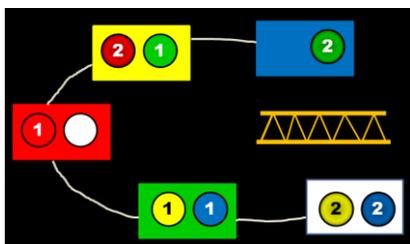
- Des 2 navettes d'une même planète qui peuvent se déplacer,
 - s'il y a une seule navette bleue,
 - Si c'est la navette bleue 2, elle a toujours priorité.
 - Si c'est la navette bleue 1, elle ne bouge pas et c'est l'autre navette qui se déplace ;
 - s'il y a les deux navettes bleues, c'est la bleue 1 qui se déplace ;
 - s'il y a deux navettes non bleues, c'est la blanche qui bouge, ou à défaut une verte, ou à défaut une rouge, ou à défaut une jaune ;
 - s'il y a deux navettes non bleues et d'une même couleur, c'est la 1, par exemple qui se déplace en premier. En fait peu importe, on aurait pu décider que ce soit la 2 qui se déplace en premier)

→ On continue ainsi les déplacements tant que toutes les navettes ne sont pas rentrées sur leur planète.

En appliquant cet algorithme, nous avons toujours réussi à ramener les navettes à la queue leu leu comme sur la figure ci-dessus, puis si besoin en tournant l'ensemble, à les ramener sur leurs planètes d'origine. Nous pensons que cet algorithme est correct, mais nous ne savons pas le démontrer.

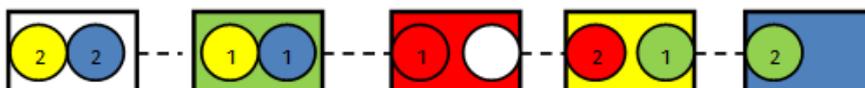
Nous avons vérifié sur de très nombreuses situations de départ données aléatoirement sur notre jeu sur SCRATCH, mais cela ne représente pas **TOUS** les cas possibles.

D – Suite à la tempête galactique, les navettes se sont déplacées !



Les navettes se sont déplacées et les planètes bleue et blanche se sont tellement éloignées l'une de l'autre que tout déplacement de navette entre ces deux planètes devient impossible.

Cela revient à disposer les planètes sur une ligne comme sur la figure ci-dessous.



Nous avons trouvé un algorithme qui fonctionne pour ramener chaque navette sur sa planète d'origine quelle que soit la situation de départ des navettes sur les planètes.

• Tout d'abord, on a établi **des règles de priorité pour le déplacement des navettes** :

→ Si on avance une navette (déplacement dans le sens de la planète blanche vers la planète bleue), on a le choix entre 2 navettes d'une même planète ;

- si les deux navettes n'ont pas la même couleur, on déplace
 - une bleue plutôt que celles de toutes les autres couleurs,
 - une jaune plutôt qu'une rouge, une verte ou la blanche,
 - une rouge plutôt qu'une verte ou la blanche,
 - enfin une verte plutôt que la blanche.
- si les deux navettes ont la même couleur, on déplace la navette 1.

→ Si on recule une navette (déplacement dans le sens de la planète bleue vers la planète blanche), on a le choix entre 2 navettes d'une même planète ;

- si les deux navettes n'ont pas la même couleur, on déplace
 - une blanche plutôt que celles de toutes les autres couleurs,
 - une verte plutôt qu'une rouge, une jaune ou une bleue,
 - une rouge plutôt qu'une jaune ou une bleue,
 - enfin une jaune plutôt qu'une bleue.
- si les deux navettes ont la même couleur, on déplace la navette 2.

• On fait alors rentrer les navettes sur leur planète d'origine de la manière suivante :

→ On les fait rentrer les unes après les autres sur leur planète d'origine dans l'ordre, d'abord la navette bleue 1, puis la bleue 2 sur la planète bleue, on continue par la navette jaune 1 puis la jaune 2 sur la planète jaune, on poursuit par la navette rouge 1 puis la rouge 2 sur la planète rouge et enfin la navette verte 1 puis la verte 2 sur la planète verte si elles n'y sont pas déjà.

→ Pour faire rentrer une navette sur sa planète,

- on avance (ou on recule) des navettes pour avoir une piste libre sur la planète juste devant celle contenant la navette à faire rentrer sur sa planète et cela en respectant les règles de priorité citées ci-dessus ;
- on avance la navette à faire rentrer en respectant les règles de priorité,
 - si elle arrive sur sa planète d'origine, on n'y touche plus et on passe à la navette suivante à faire rentrer,
 - sinon on recule deux navettes en respectant les règles de priorité pour mettre la piste libre à nouveau devant la navette à avancer.

- on répète ce dernier point (*) jusqu'à ce que la navette soit sur sa planète d'origine, on n'y touche plus et on passe à la navette suivante à faire rentrer.

Nous pensons que cet algorithme est correct et fonctionne toujours.

Il ne peut tourner en boucle puisque nous avons coupé l'orbite et interdit le passage entre la planète bleue et la blanche.

Nous avons choisi de couper l'orbite de sorte que la planète blanche soit à l'extrémité gauche pour ne pas bloquer une piste libre une fois la navette blanche sur sa planète.

Nous avons aussi testé l'algorithme avec plus de planètes (6 planètes et 7 planètes) et l'algorithme fonctionne toujours.

Conclusion :

Dans tous les cas, tempête galactique ou non, les deux derniers algorithmes nous semblent fiables et efficaces pour résoudre notre mission.

Remerciements

Nous remercions chaleureusement notre chercheuse Marie Duflot-Kremer, pour le choix de ce sujet de recherche et son aide bienveillante tout au long de l'année, son dynamisme et ses nombreux tours de magie !



Exposé au congrès de Nancy



Tour de magie de Marie entre deux exposés !

Notes d'édition

① Nous conseillons au lecteur d'en faire autant pour tester les différents algorithmes proposés dans cet article.

② Résultat non évident, à tester soi-même par exemple à l'aide de pièces de Lego.