La multiplication pour les nuls

Collège Mario Meunier – Montbrison (42)
année 2013-2014

Élèves:

BRETTON E. (4ème12)
CHALOT M. (4ème12)
DUVERT L. (4ème12)
TAVERNIER S.(4ème12)

Professeurs :

CASSE G.
DOUET F.
GERENTES JB.

Chercheur:
GAUSSENT S. (Université Jean-Monnet Saint-Étienne)

Notre sujet a un titre très évocateur : la multiplication pour les nuls.

Le sujet pourrait se résumer en une seule question : comment faire des multiplications sans connaître ses tables ? (1)

Le chercheur Stéphane Gaussent, nous a montré comment multiplier par 11 et par 6 sans connaître ses tables. Pour finir il nous a posé trois questions :

1 – Pourquoi les règles pour 11 et pour 6 qu'il nous a présentées marchent-elles ?
2 – Peut-on trouver d'autres règles analogues ?
3 – Comment faire 4328 × 279 sans connaître ses tables ?

Nous avons démontré dans un premier temps pourquoi les règles par 11 et par 6 fonctionnent. Nous nous sommes servis du fait que 11 = 10 + 1 et que 6 = 10/2 + 1.

Après une multitude d'essais, nous avons trouvé d'autres règles : par 5, par 7, par 8 et par 9.

Avec l'aide de ces dernières et de la technique habituelle de la multiplication posée, nous avons trouvé une méthode pour multiplier 4328 par 279 sans connaître ses tables.

Question 1 : Pourquoi les règles pour 11 et pour 6 présentées marchent-elles ?

Le principe de la multiplication pour les nuls est de pouvoir multiplier n'importe quels nombres sans connaître les tables de multiplication.

Quelques principes de base :

- Nous comptons toutes les retenues.

- Diviser par 2 ou prendre la moitié reviendra à faire une troncature à l'unité.

- On ajoute un zéro (fictif) avant et après le nombre qu'on multiplie.

Nous allons vous présenter deux exemples : un pour multiplier par 11 et l'autre pour multiplier par 6.

Règle pour 11 :

Chaque chiffre du nombre à multiplier est ajouté à son voisin de droite et on écrit le résultat sous ce nombre (on tient compte des retenues). (2)

347 × 11 = ?

	1				Retenues
0	3	4	7	0	×11
0	3	4	7		
+3	+4	+7	+0		
3	**8**	**1**	**7**		Résultat

Question 1 : Pourquoi la règle pour multiplier par 11 marche-t-elle ?

Multiplier par 11 revient à ajouter ce nombre à son décuple :

Quand on ajoute à un chiffre son chiffre de droite, on multiplie le chiffre de droite par 10.

Nous voyons très bien dans le tableau que la troisième ligne correspond au résultat de 347 par 1 et que la ligne suivante correspond au résultat de 347 par 10.

Règle pour 6 :

Chaque chiffre du nombre à multiplier est ajouté à la « moitié » de son voisin de droite et on ajoute 5 si le chiffre est impair (on compte les retenues).

347 × 6 = ?

1		1			Retenues
0	3	4	7	0	**×6**
0	3	4	7		
+1	+2	+3	+0		Moitié du chiffre précédent
	+5		+5		
2	**0**	**8**	**2**		Résultat

+5 car 7 est impair.

Question 1 bis : Pourquoi la règle pour multiplier par 6 marche-t-elle ?

Multiplier un nombre par 6 revient à le multiplier par 5 (qui est la moitié de 10) et d'ajouter au résultat le nombre lui-même.

Chiffres pairs :

Quand on ajoute la moitié du chiffre de droite (quatrième ligne du tableau) à un chiffre, on multiplie le chiffre de droite par 5 ce qui revient à faire ×10 : 2 (×10 explique le décalage d'un rang vers la gauche et : 2 explique pourquoi on prend la moitié.)
Et le chiffre de gauche lorsqu'on l'ajoute à la moitié du chiffre de droite on multiplie le chiffre de gauche « par 1 » (troisième ligne du tableau). (3)

Chiffres impairs :

Pour multiplier un chiffre impair par 6 on utilise la même règle que pour les chiffres pairs sauf qu'on ajoute 5 car la moitié d'un chiffre impair est décimale. (Par exemple dans le tableau précédent, quand on veut multiplier 4 par 6, (4) on prend le chiffre c'est à dire 4 puis on lui ajoute la « moitié » de 7 (qui est le chiffre précédent,) c'est à dire 3. Or 7×5 = 35 et non 30. Ainsi, on ajoute 5 dans la colonne du 7.)

Question 2 : Existe-t-il d'autres règles analogues, si oui, lesquelles?»

Règle pour 5 : (5)

Pour les chiffres pairs :
Il faut prendre la moitié du chiffre de droite.

Pour les chiffres impairs :
On applique la même règle que pour les chiffres pairs sauf que l'on ajoute 5.

783 × 5 = ?

					Retenues
0	**7**	**8**	**3**	**0**	**×5**
+3	4	1	+0		Moitié du chiffre de droite
	+5		+5		
3	**9**	**1**	**5**		Résultat

+5 car 3 est impair

Règle pour 7 : (6)

Pour les chiffres pairs :
Il faut ajouter le double de chaque chiffre à la moitié du chiffre de droite.

Pour les chiffres impairs :
On applique la même règle que pour les chiffres pairs sauf que l'on ajoute 5.

749 × 7 = ?

2	1	2			Retenues
0	**7**	**4**	**9**	**0**	**×7**
0	14	8	18		
+3	+2	+4	+0		Moitié du chiffre de droite
	+5		+5		
5	**2**	**4**	**3**		Résultat

+5 car 9 est impair

<u>Règle pour 9 :</u> (7)

- Pour multiplier un nombre par 9 on soustrait chaque chiffre à 9, sauf le premier (le chiffre des unités) à 10 et on lui ajoute le chiffre de droite.

- Pour le dernier chiffre (le plus à gauche) c'est-à-dire le « zéro fictif », on ne fait qu'ajouter le chiffre de droite à -1.

259 × 9 = ?

1	1				Retenues
0	**2**	**5**	**9**	**0**	**×9**
2 + (-1)= **1**	9-2= **7**	9-5= **4**	10-9= **1**		
	+5	+9	+0		
2	**3**	**3**	**1**		Résultat

<u>Règle pour 8 :</u> (8)

<u>Étape 1 :</u>
- Si le chiffre est inférieur ou égal à 5, on soustrait le double du chiffre à 10.
- Si le chiffre est strictement supérieur à 5, on lui ôte 5. Ensuite on soustrait le double du chiffre obtenu à 10.

<u>Étape 2 :</u>
- On ajoute au résultat le chiffre de droite et (-1) si le chiffre de droite est inférieur ou égal à 5.
- On ajoute au résultat le chiffre de droite et (-2) si le chiffre de droite est strictement supérieur à 5.

<u>Étape 3 :</u>
- Pour le dernier chiffre (c'est-à-dire le « zéro fictif » de droite), on effectue juste l'étape 2.

592× 8 = ?

					Retenues
0	**5**	**9**	**2**	**0**	**×8**
	10-(5+5) = **0**	10-(4+4) = **2**	10-(2+2) = **6**		Etape 1
5 + (-1)= **4**	9 + (-2)= **7**	2+ (-1)= **1**			Etape 2
4	**7**	**3**	**6**		Résultat

4 car 9 est strictement supérieur à 5, donc on lui enlève 5.

Question 3 : Peut-on multiplier sans connaître ses tables de multiplications 4328 × 279 ?

Il faut multiplier le nombre par chaque chiffre de l'autre facteur.

Par exemple, pour multiplier 4328 par 279, on va décomposer 279 en 200+70+9, et utiliser les règles évoqués précédemment pour 9, 7 et 2 puis mettre une case de décalage dans notre tableau car on multiplie par 9, 70 et 200 et non pas par 9, 7 et 2.
Voir le tableau ci-dessous.

									Retenues
			0	**4**	**3**	**2**	**8**	*0*	
×9	X	X		4×9	3×9	2×9	8×9		
×7	X		4×7	3×7	2×7	8×7	X		
×2		4×2	3×2	2×2	8×2	X	X		

Donc nous allons multiplier 8 par 9 en utilisant la règle précédemment énoncée et mettre le résultat obtenu dans la case correspondante. On renouvelle ensuite l'opération pour tous les autres chiffres sans oublier notre décalage.

	1	2	2	3	3				Retenues
			0	**4**	**3**	**2**	**8**	*0*	
×9	X	X	3	8	8	15	2		
×7	X	+2	+9	+12	+8	+16	X		
×2	+0	+8	+6	+4	+16	X	X		
	1	**2**	**0**	**7**	**5**	**1**	**2**		

Donc 4328×279=1 207 512

Notes d'édition

(1) On comprend les règles par la suite : on n'a le droit que d'additionner, de soustraire et diviser par deux (avec troncature) des chiffres, et le but étant d'utiliser le moins d'opérations possibles.

(2) « ce nombre » fait référence au chiffre initial (et pas à son voisin de droite). Il y a risque de confusion dans la suite.

(3) Cette phrase ne fait pas sens . On pourrait écrire que lorsque a est un chiffre pair,
6a = a+10x[a/2], où [a/2] désigne la « moitié » de a. Le terme 10x[a/2] est donné par la quatrième ligne, et le terme a par la troisième ligne.

(4) Dans cet exemple, c'est 7 qu'on veut multiplier par 6. Pour prouver que cela fonctionne dans le cas général, il suffit de dire que lorsque a est un chiffre impair, 6a = 5+a+10x[a/2]. Cette fois-ci le terme 10x[a/2] est donné par la quatrième ligne, le terme a par la troisième ligne et 5 par la cinquième.

(5) Cette règle a déjà été utilisée pour la multiplication par 6. Pour une preuve, comme pour 6, on écrit 5a = 10x[a/2] si le chiffre a est pair, et 5a=5+10x[a/2] si a est impair.

(6) Cette règle est donnée sans justification. On pourrait dire que 7a = 5a+2a. Pour 5a, on sait le faire, et il suffit ensuite d'ajouter 2a.

(7) Il n'y a pas de justification ici.

(8) On pourrait remarquer que cette méthode utilise moins d'opérations que celle qui consiste à écrire 8a = 5a+2a+a et utiliser les méthodes précédentes.