

Le jeu des bâtonnets

Année 2015-2016

Elèves : *Assia M'Barek, Iolanda Machado, Benjamin Joveneau, Yentl Collin, Elias Benchekroun et Guillaume Carvajal*

Etablissements : *Collèges Michelet et Jolimont, ville de Toulouse*

Enseignants : *Mérim Maiouf et Jean-Christophe Duprat*

Chercheurs : *Anne Lonjou et Damien Bouloc, université Paul Sabatier Toulouse III*

Les règles :

Le jeu des bâtonnets est un jeu qui se joue à deux joueurs. Chaque joueur a un nombre de paquets indéfini de bâtons (le nombre de bâtons est également indéfini). Chacun leur tour les joueurs enlèvent un nombre de bâtons de leur choix mais dans un seul paquet. Le joueur qui enlève le dernier bâton a perdu.

Problématique :

Pouvons-nous devenir un expert de ce jeu et gagner à tous les coups ?

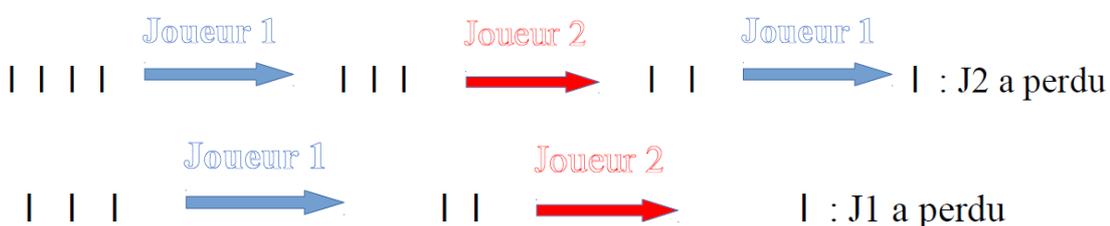
Réponse :

Nous avons trouvé une stratégie pour un nombre de tas indéfini de 1 bâton, pour les configurations à 1 ou 2 tas et pour les premiers cas des configurations à 3 tas. (1)

1. Configuration simple : 1 bâtonnet par paquet

Quand il y a un seul bâtonnet par paquet chaque joueur sera obligé d'enlever à son tour un bâton c'est-à-dire le contenu d'un paquet.

Nous avons donc pu observer que s'il y a un nombre de paquets impair le premier joueur gagnera car il aura enlevé le premier bâton et le second joueur enlèvera alors le deuxième bâton et tous les bâtons de place paire qui suivent. Le second joueur enlèvera donc le dernier bâton.



Réciproquement s'il y a un nombre de paquets pair le premier joueur perdra. Il enlèvera le premier bâton, le second joueur enlèvera alors le second bâton et tous les bâtons de place paire qui suivent. Le premier enlèvera donc le dernier bâton.

Nous avons ensuite procédé en cherchant des stratégies avec le plus petit nombre de paquets possible (1) et ensuite en augmentant ce nombre (2 et 3).

2. Stratégie pour un paquet

S'il y a un seul paquet (stratégie 1) le premier joueur enlève tout le contenu d'un paquet à l'exception du dernier bâton ainsi le premier joueur a gagné :

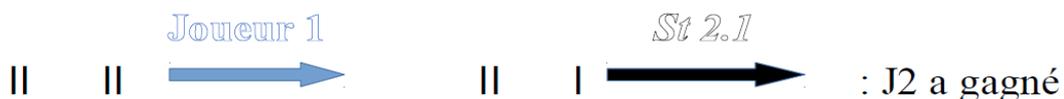


3. Stratégie pour deux paquets

Si un des paquets contient un seul bâtonnet (stratégie 2.1), le premier joueur enlève tout le contenu du paquet contenant plusieurs bâtonnets, et ainsi le premier joueur a gagné :



Si les paquets contiennent 2 bâtons chacun (stratégie 2.2) le premier joueur aura perdu. En effet, il se ramènera soit au cas 2.1, soit à un seul paquet, et dans les deux cas le deuxième joueur pourra enlever des bâtons de manière gagnante :



S'il y a 2 paquets égaux (stratégie 2.3) le deuxième joueur joue en enlevant le même nombre de bâtons que son adversaire mais dans le paquet où son adversaire n'a pas enlevé de bâton. En suivant cette stratégie le premier joueur se ramènera forcément à l'un des cas précédents : (stratégie 1), (stratégie 2.1) ou (stratégie 2.2), et ainsi le premier joueur aura perdu :

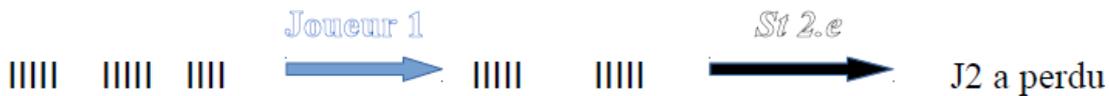


S'il y a 2 paquets non égaux (stratégie 2.4) le premier enlève le nombre de bâtons dans le paquet contenant le plus de bâtonnets de manière que ce paquet ait par la suite le même nombre de bâtonnets que l'autre paquet, ainsi il gagne la partie (stratégie 2.3) :

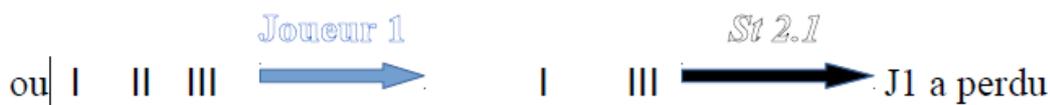
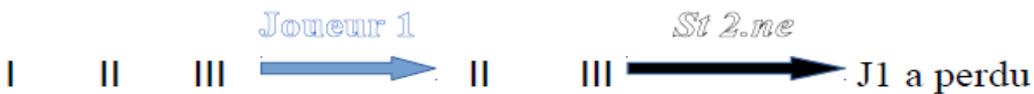


4. Stratégie pour trois paquets

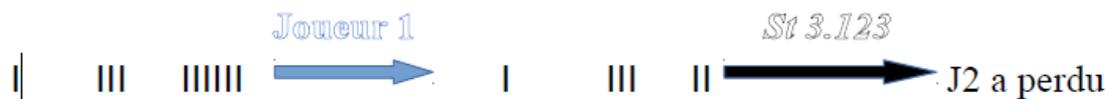
S'il y a 2 paquets égaux et que le troisième contient un nombre différent de bâtonnets (stratégie 3.1) (3), le premier joueur enlève tout le contenu du paquet qui n'est pas égal avec les autres paquets et il gagne la partie en revenant à la stratégie des deux tas égaux (stratégie 2.3) :



Si les 3 paquets sont tels qu'ils contiennent 1, 2 et 3 bâtonnets (stratégie 3.123) alors J1 a perdu :



Si dans les 3 paquets il y a un paquet contenant 1, 2, ou 3 bâtonnets et l'autre contenant aussi 1, 2 ou 3 bâtonnets mais pas le même nombre que le premier, (stratégie 3.123') alors J1 a gagné car on peut revenir à la stratégie précédente :



Si les 3 paquets sont tels qu'un paquet contient 1 bâtonnet et que les autres contiennent un nombre de bâtons consécutifs et que le plus petit de ces deux paquets est pair, (stratégie 3.co) alors J1 a perdu car on peut soit revenir à la stratégie des deux tas égaux si on enlève le tas à 1 ou à la stratégie des 3 tas avec 1, 2 et 3 :



Si les 3 paquets sont tels qu'un paquet contient 1 bâtonnet et que les autres contiennent un nombre de bâtons consécutifs alors si le plus petit des deux paquets est impair (stratégie 3.co'), J1 a gagné car il enlève deux bâtonnets dans le tas où il y a le plus de bâtonnets ce qui fait que le plus petit paquet est pair et on revient donc à la stratégie précédente :



Conclusion

NON, il est impossible de gagner à tous les coups car si deux personnes connaissent la stratégie, on sait à l'avance qui va gagner ou qui va perdre.

Mais on peut trouver des stratégies dans certains cas pour gagner.

Nous n'avons pas encore terminé la recherche puisque nous nous sommes arrêtés à 3 paquets à cause d'un manque de temps.

Notes d'édition

(1) Il est à noter qu'ici est présentée une technique particulière. Si un seul joueur connaît la technique, il ne sera pas forcément perdant car on ne peut pas prévoir le comportement de l'autre joueur. Une stratégie annoncée perdante pour le joueur 1 par exemple ne l'est que si le joueur 2 connaît la stratégie.

(2) La stratégie en question ici n'est pas la Stratégie 2.e mais la Stratégie 2.3. Par ailleurs, il faut lire le schéma comme 6 et 5 bâtonnets à l'étape 1, le joueur 1 enlève un bâtonnet, il y a donc 5 et 5 bâtonnets à l'étape 2, et J2 a perdu. Il manque un tas de 5 bâtonnets à la deuxième étape du schéma.

(3) S'il y a respectivement n , 1 et 1 bâtonnets, avec n entier, le joueur 1 gagne en utilisant la technique précédente.