Le Billard

SANCHEZ Nicolas, GAIJI Yoan, SANTOS Clément.

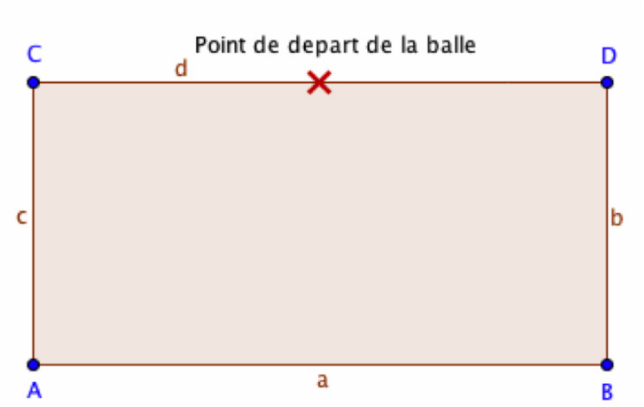
élève de 2nde au Lycée Prins Henrik, Frederiksberg, Copenhague (Danemark)

Enseignants : Géraldine BENMAMAR, Evelyne ROYER, Christian BECKER.

Chercheur : Nathalie WAHL

Sujet

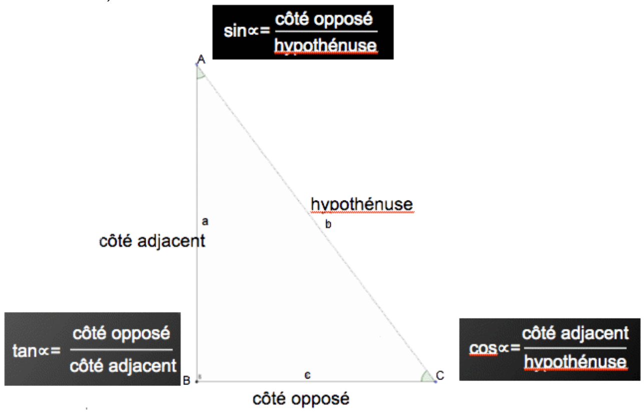
[On s'intéresse aux rebords dans un billard rectangulaire. Le problème est de déterminer l'angle de tir qui permet à une boule d'atteindre un trou prédéterminé, situé en coin.]



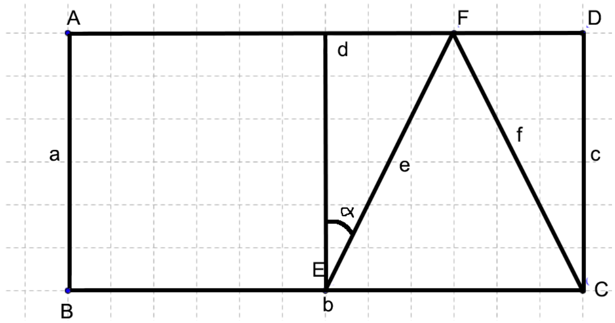
Mots clés

BILLARD, SYMÉTRIE, TANGENTE, ANGLE, REBOND, RICOCHET

D'abord, on a défini l'environnement de la table, pour avoir des résultats et des calculs précis : une table de 3m × 1,5 m². Puis nous nous sommes rappelés de quelques définitions et calculs nécessaires pour calculer la trajectoire de la balle (en particulier la trigonométrie).



Avec ces formules en têtes, nous avons commencé par essayer de trouver l'angle initial (alpha) des trajectoires ayant uniquement des rebonds sur les parois latérales et un nombre impair de rebonds: [Sur la figure, le trou est placé en C].

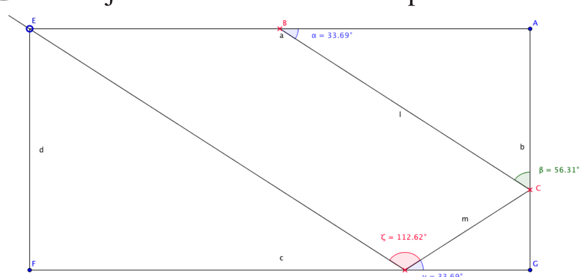


Nous avons fini par trouver une formule applicable à toutes les trajectoires de cette forme :

$$\tan\alpha = 1{,}5 \,/\, (1{,}5/(1+n))$$

Cette formule peut être [comprise comme suit] : *l'angle de départ est l'angle d'un triangle rectangle qui aura toujours pour côté adjacent la largeur de la table, et comme côté opposé la distance entre le point de départ et le trou où entre la balle, divisée par le nombre de rebonds plus 1.*

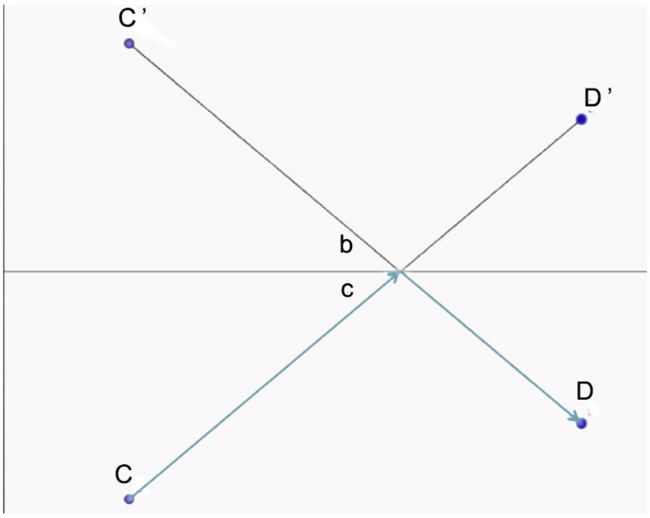
On a essayé de utiliser cette même démarche pour les trajectoires avec un nombre pair de rebonds.



Mais chaque trajectoire présentait des calculs longs, fastidieux et uniques, ce qui empêchait de mettre en place des formules générales.

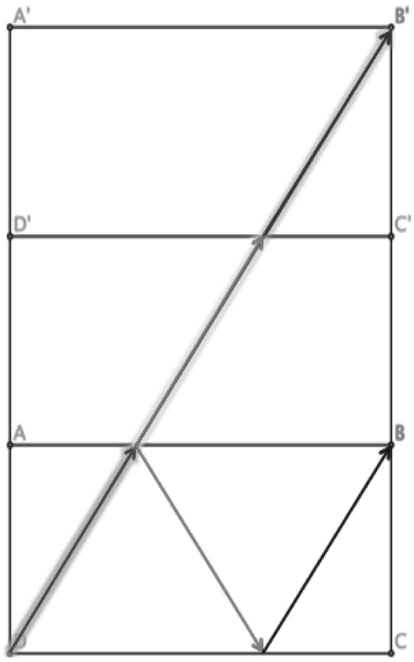
[Le rebond simple]

Nous sommes donc revenus à la construction de base d'un rebond. *Pour aller d'un point* C *à un point* D [en rebondissant sur une droite «bord»], *il faut [viser] le symétrique de* D *par rapport au bord* [voir la figure].



[Rebonds multiples]

En gardant en tête cette même idée de symétrie, si on a une table de billard [...] [pour atteindre un trou après plusieurs rebonds, on peut placer les points symétriques successifs, en traçant aussi, successivement, de nouveaux bords, symétriques des bords précédents.]_



On peut ainsi « placer des tables de billard [virtuelles] les unes sur les autres ou les unes à côté des autres » jusqu'à l'infini et on aura tous les tirs possibles dans notre table de billards à partir d'un point de départ.

[En effet, pour atteindre un trou donné on visera, dans ce "kaléidoscope" de billards répétés son emplacement virtuel et] on pourra retracer les rebonds effectués par la balle en regardant les cotés que traverse le segment [qui joint l'origine au point virtuel visé].

[On place] un repère où en ordonnée on reporte la largeur du billard et en abscisse sa longueur. On connaît [alors] l'angle pour chaque tir puisque x représenterait le côté adjacent du triangle rectangle et y le coté opposé.

On peut encore appliquer la formule de la tangente citée ci-dessus pour déterminer l'angle de chaque tir.

[Le premier trou rencontré est le bon]

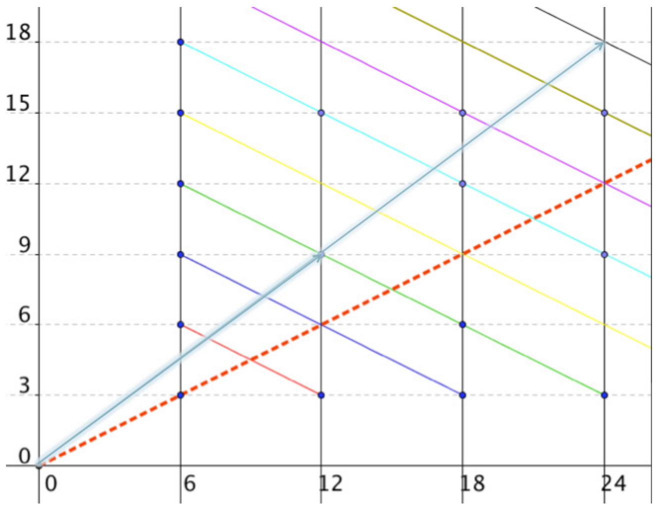
En revanche, il faut se rappeler que dans un monde réel, une balle ne peut pas entrer dans un trou et continuer de rouler... Ainsi, il faut éliminer les trajectoires pour lesquelles la balle est entrée dans un trou auparavant.

Dans notre repère, nous savons qu'*une balle n'est pas déjà entrée dans un trou si les coordonnées du trou de coordonnées x et y sont premières entre elles*.

Cela s'explique par le fait que si x et y ne sont pas premiers entre eux, il existe un trou (d'angle α') qui a pour coordonnées (x/k; y/k). Or :

$(x/k)/(y/k)=x/y$ donc $\tan \alpha=\tan \alpha'$, soit $\alpha= \alpha'$. On voit bien que la balle n'atteindra pas le trou de coordonnées (x ; y) puisque elle sera déjà entrée dans le trou de coordonnées (x/k ; y/k).

[Dans la figure des billards répétés], on élimine alors tous les trous dont les coordonnées ne sont pas premières entre eux.



Voilà la fin de nos recherches. Nous avons des idées pour continuer, par exemple la mise en place d'un programme calculant les angles. Malheureusement, on n'a pas eu le temps de finir mais on poursuivra peut être le projet l'année prochaine et nous vous le présenterons à Copenhague (meilleure ville de Congrès du monde !!)

***