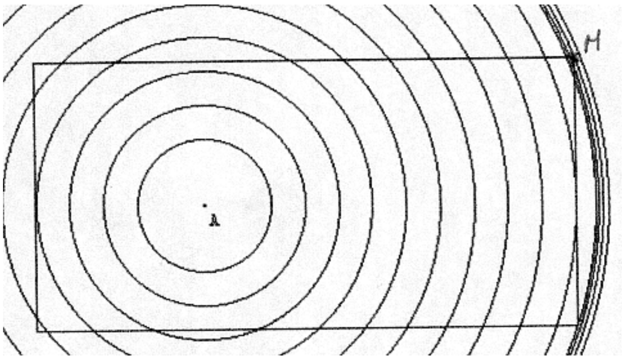
Le point le plus loin

Lycée de Pézenas 2005

Dans un rectangulaire défini, on cherche un point M situé le plus loin possible des autres points placés au hasard dans le rectangle

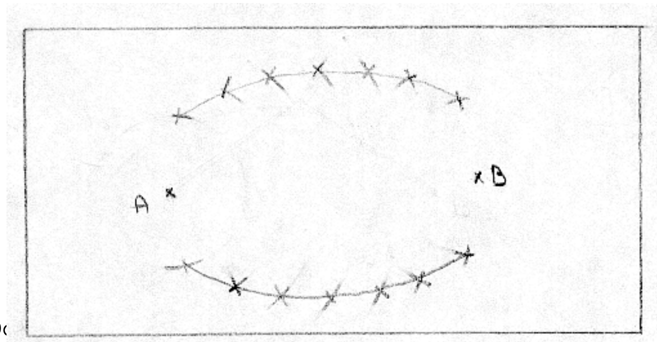
Cas d'un seul point (A)

C'est très simple, on définit d'abord AM = la plus grande longueur possible, il suffit ensuite de tracer des cercles concentriques de centre A en faisant varier le rayon jusqu'à trouver M qui est un point d'un cercle.



Cas de deux points (A et B)

Nous avons tout d'abord défini ce qui voulait mathématiquement dire être le plus loin de deux points comme étant MA + MB = la plus grande longueur possible.
Nous avons expérimenté ce cas d'abord manuellement.
Nous avons d'abord décidé de chercher l'ensemble des points M tels que MA +MB =10, par exemple. Sur un feuille de papier, à l'aide d'un compas et d'une règle graduée, nous avons tracé un cercle de centre A et de rayon 1cm et un cercle de centre B et de rayon 9cm (1+9=10) et nous avons relevé les points d'intersection des cercles. Puis nous avons fait de même en changeant les mesures > 2cm et 8cm et ainsi de suite. A la fin, en reliant tous les points obtenus on s'aperçoit que cela forme une ellipse.



D… en traçant des ellipses concentriques, en faisant varier MA MB. Pour cela nous avons pris un carton qui définissait l'espace rectangulaire, nous y avons planté deux punaises représentant A et B et à l'aide de ficelles de longueurs différentes, nous avons réalisé ces ellipses.

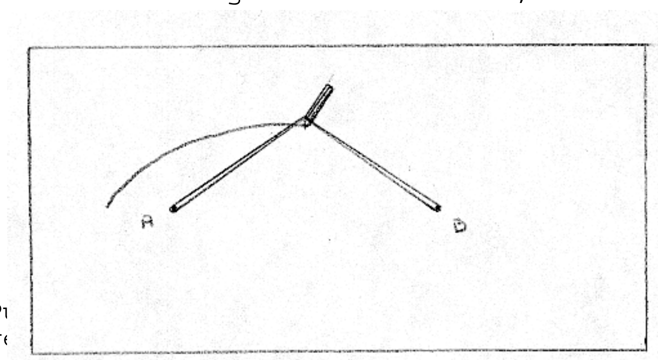


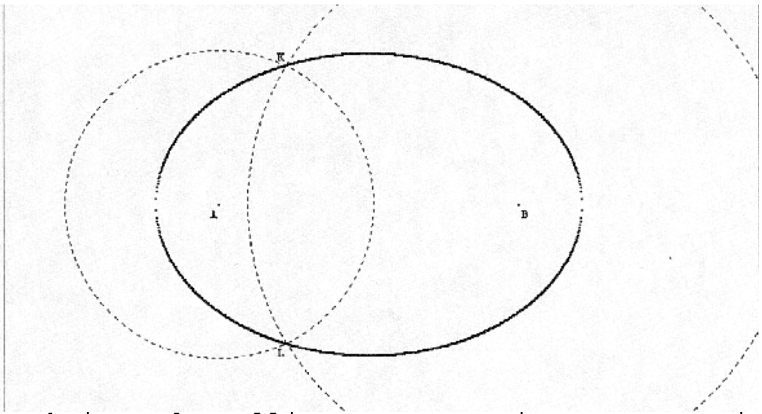
Schéma du tracé

P… is, cette fois avec le logiciel géoplan-g…

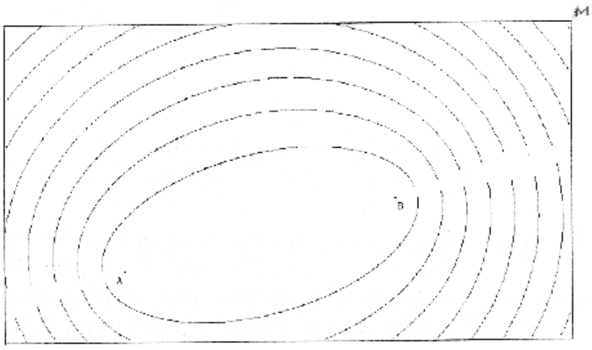
Mode opératoire de la construction d'ellipse sur géoplan

Dans le cas MA + MB =10

- A et B, points libres
- r, variable réelle libre dans l'intervalle [0 ;10]
- C1, cercle de centre A et de rayon 10-r
- C2, cercle de centre B et de rayon r
- K et L, points d'intersection de C1 et C2
- Créer les courbes des lieux des points K et L



P faisant varier la longueur MA +MB, on obtient des ellipses concentriques et aussi de plus en plus grandes, donc on trouve le point M.



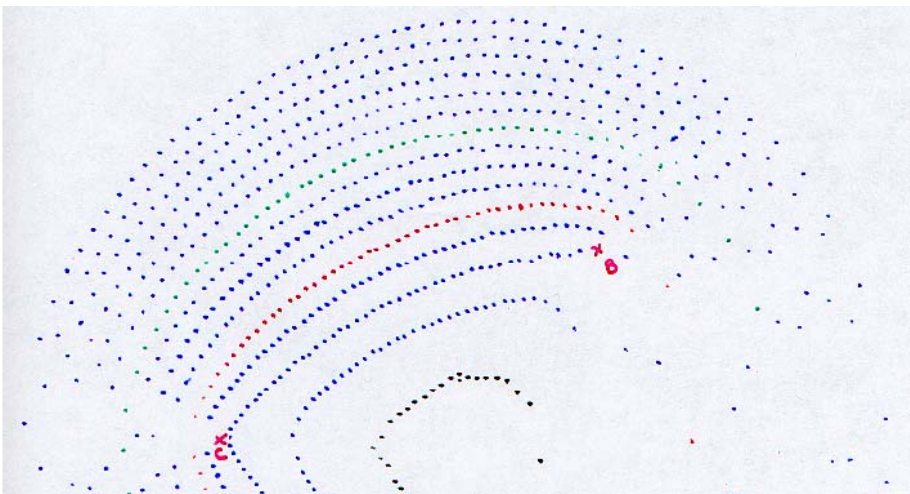
Cas de trois points (A, B et C)

Après avoir observé le cas des deux points, nous sommes passées à trois points. Nous avons défini MA + MB + MC = la plus grande distance possible. Puis nous avons travaillé sur géoplan en cherchant d'abord l'ensemble des points M pour une valeur donnée de MA + MB + MC. L'ensemble de ces points a une forme particulière que l'on va qualifier d'ovaloïde (ressemblance avec un œuf ou un médiator de guitare).

<u>Mode opératoire de la construction d'un ovaloïde sur géoplan</u>

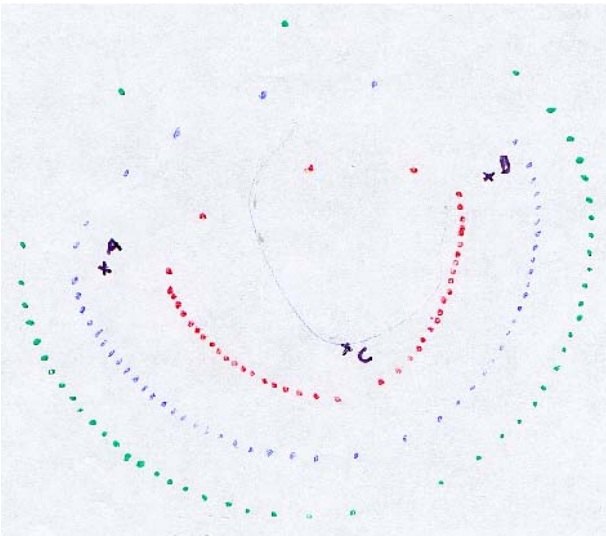
Pour MA + MB + MC = 10

- A,B et C, points libres
- v, réel libre dans l'intervalle [0 ;10]
- r, réel libre dans l'intervalle [0 ;10-c]
- C1, cercle de centre A et de rayon r
- C2, cercle de centre B et de rayon 10-v-r
- P et Q, points d'intersection des cercles C1 et C2
- e1, courbe du lieu du point P, piloté par r
- e2, courbe du lieu du point Q, piloté par r
- C3, cercle de centre C et de rayon v



<u>Tracé de l'ovaloïde pour des points A,B et C disposés en triangle</u>

<u>équilatéral</u>



<u>Tracé de l'ovaloïde pour les points A,B et C disposés en triangle isocèle</u>

Nous ne sommes pas allées au-delà de trois points.

Après observation de nos résultats, on conjecture que le point M se trouvera toujours dans un angle du rectangle.

On suppose que pour étudier le cas de quatre points A,B,C,D, il faudrait relever les points d'intersections des ellipse de foyer A,B et C,D.