

Larsen Vidéo

Année 2015 – 2016

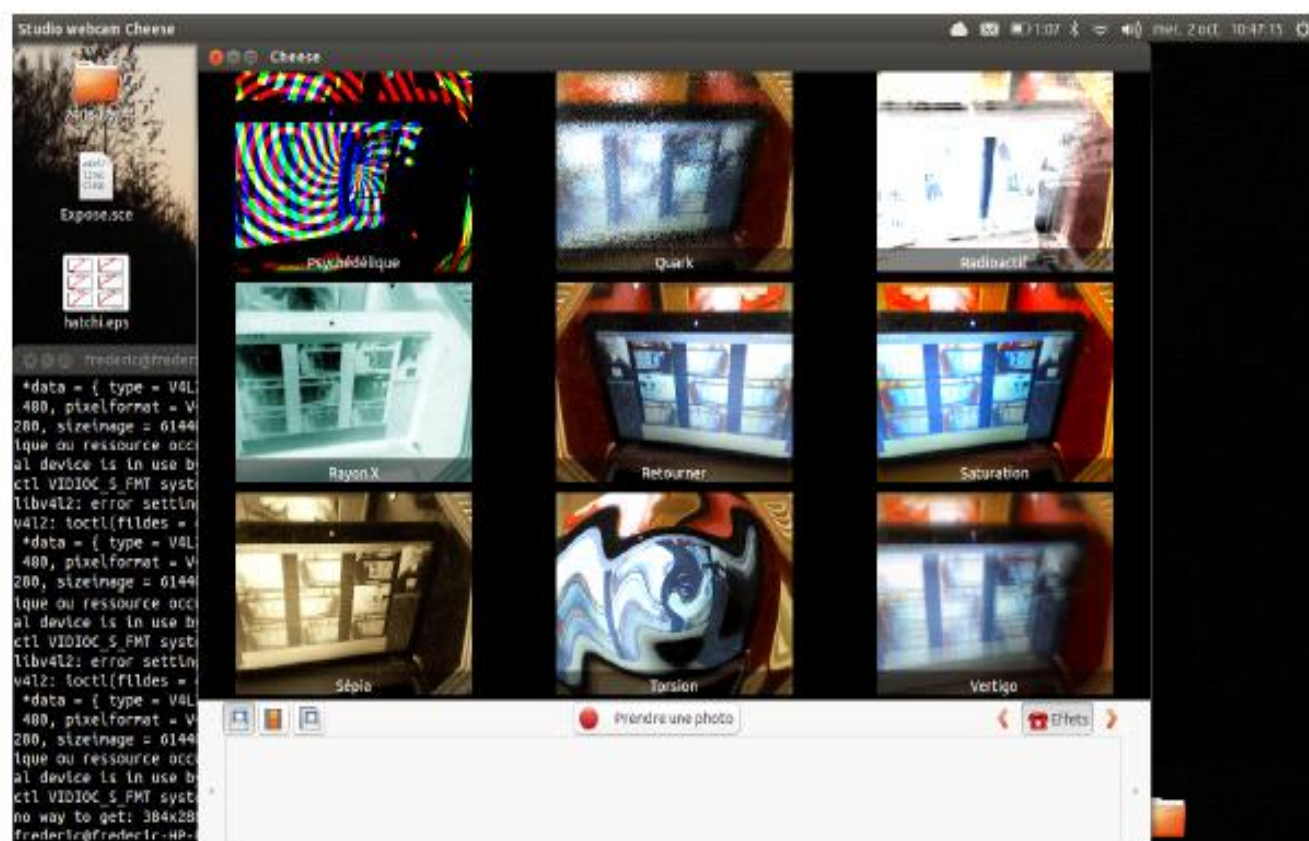
MERRAD Hannah, COLLET Paulien, FRANKLIN Ellis, ARTHAUD Alisone, élèves de 2^{nde}

Encadrés par Martinelli-Bousquet Laurie, Gotte Christine, Kroll Catherine

Établissements : Lycée Saint Paul et Lycée Jean Puy (Roanne 42)

Chercheur : Chardard Frédéric, Université Jean Monnet, (St Etienne)

Présentation du sujet



Combien d'écrans voit-on à l'intérieur du premier écran ?

— Quelle est l'aire de ces écrans ?

— Mêmes questions pour les écrans à l'intérieur de ces petits écrans ?

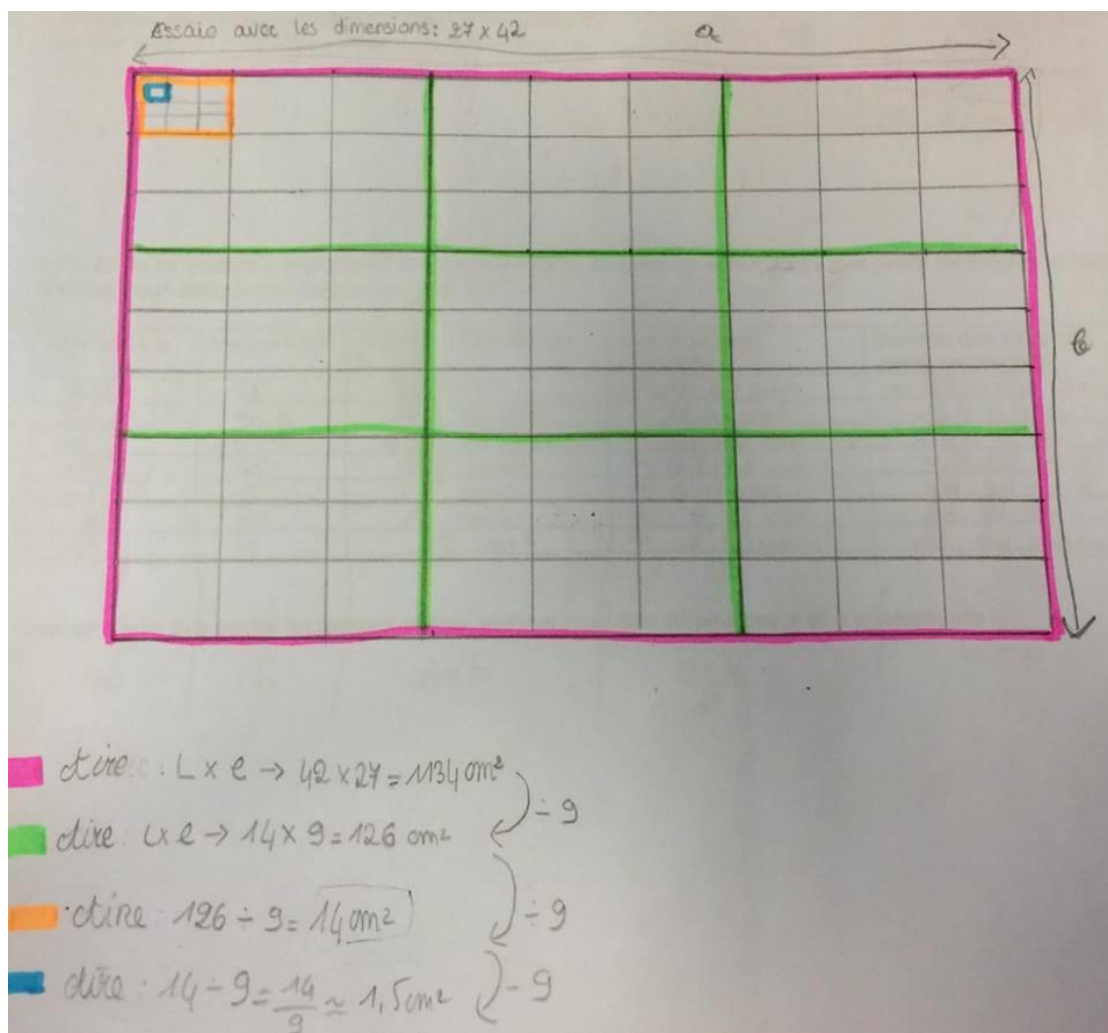
— etc...qu'obtient-on « à l'infini » ?

De même pour les périmètres

I. Approche du problème : division des longueurs par 3 :

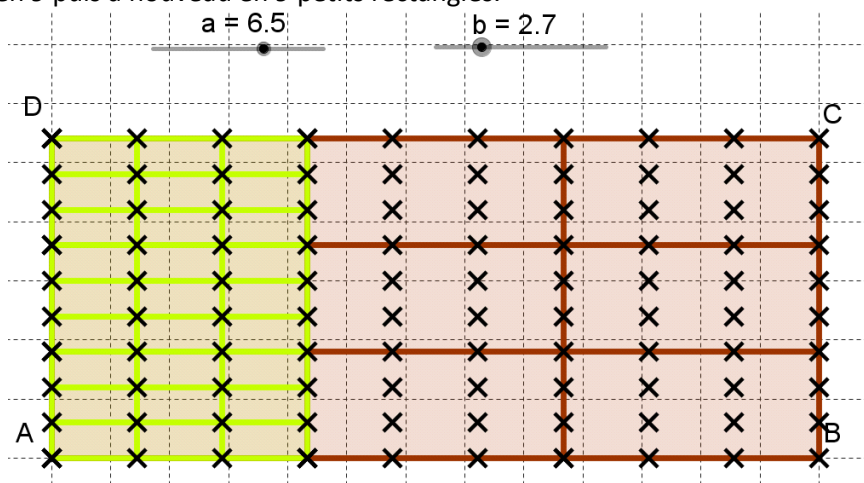
1. Entrée dans le problème :

Dans un premier temps nous avons dessiné un exemple à partir d'un écran mesurant 27cm de large et 42cm de long. Puis nous avons dessiné dans ce rectangle, 9 petits rectangles en divisant chaque longueur par 3.....



Pour aller plus vite : nous avons simulé la situation sous GeoGebra en créant deux curseurs a et b : a représente la largeur du rectangle et b sa longueur.

AMCD a été divisé en 9 puis à nouveau en 9 petits rectangles.



Lors de la première étape de construction, le rectangle est recouvert de 9 sous-rectangles de dimensions 14 cm de long et 9 cm de large. Chacune des aires des petits rectangles est égale à 126cm^2 .

Lors de la seconde étape de construction le rectangle recouvert de 9 petits sous-rectangles sont eux aussi divisés par 9, ce qui ferait qu'il y aurait 81 sous-rectangles.

Ainsi de suite

2. Illustration sur un tableur et premières conjectures:

• Pour les aires :

	A	B	C	D	E
	valeur de a	valeur de b	Aire du rectangle de base	nombre de rectangles	SOMME DES AIRES DES PETITS RECTANGLES
1					
2	42	27	1134	1	1134
3	14	9	126	9	1134
4	4,66666667	3	14	81	1134
5	1,55555556	1	1,55555556	729	1134
6	0,51851852	0,33333333	0,17283951	6561	1134
7	0,17283951	0,11111111	0,01920439	59049	1134
8	0,05761317	0,03703704	0,00213382	531441	1134
9	0,01920439	0,01234568	0,00023709	4782969	1134
10	0,00640146	0,00411523	2,6343E-05	43046721	1134
11	0,00213382	0,00137174	2,9271E-06	387420489	1134
12	0,00071127	0,00045725	3,2523E-07	3486784401	1134
13	0,00023709	0,00015242	3,6136E-08	31381059609	1134
14	7,903E-05	5,0805E-05	4,0152E-09	2,8243E+11	1134
15	2,6343E-05	1,6935E-05	4,4613E-10	2,54187E+12	1134
16	8,7812E-06	5,645E-06	4,957E-11	2,28768E+13	1134
17	2,9271E-06	1,8817E-06	5,5078E-12	2,05891E+14	1134
18	9,7568E-07	6,2723E-07	6,1197E-13	1,85302E+15	1134
19	3,2523E-07	2,0908E-07	6,7997E-14	1,66772E+16	1134
20	1,0841E-07	6,9692E-08	7,5552E-15	1,50095E+17	1134

Afin d'observer l'évolution des aires de ces rectangles successifs, nous avons décidé d'utiliser le tableur :

Sur le tableur :

En D3 : on tape : =D2*9

A chaque étape de construction la longueur des côtés du nouveau rectangle est divisée par 3 par rapport au précédent donc son aire est divisée par 9.

En A3, on tape : =A2/3

En B3 : on tape : =B2/3

En C3 : =A3*B3

Aire totale : en E3 : =C3*D3

Nous remarquons donc que la somme des aires des petits rectangles semble égale à l'aire du grand rectangle.

On conjecture que l'aire de chaque rectangle tend vers 0, ce qui nous pousse à se demander comment prouver que la somme infinie de toutes les aires de rectangles tendant vers 0 peut être égale à celle du grand rectangle d'origine.

Démonstration :

--> à l'étape 1, A1 : $a \times b$

--> à l'étape 2(2), A2 : $\frac{a}{n} \times \frac{b}{n} \times 9$

--> à l'étape 3, A3 : $\frac{a}{n^2} \times \frac{b}{n^2} \times 9^2 = ab \left(\frac{9}{n^2}\right)^2$

$$\rightarrow \text{à l'étape } k, A_k = \frac{a}{n^{k-1}} \times \frac{b}{n^{k-1}} \times 9^{k-1} = ab \left(\frac{9}{n^2} \right)^{k-1}$$

Donc si $n=3$ alors $\frac{9}{3^2} = 1$ donc $A_k = ab$ donc l'aire(3) est constante.

Au final, comme il n'y a aucun blanc entre chaque petits rectangles et que ceux-ci rentrent toujours dans le rectangle de rang supérieur, la somme des aires de tous les rectangles à partir du rang 2 est toujours égale à l'aire du grand rectangle de départ.

• Pour le périmètre :

Nous avons calculé le périmètre de chaque rectangle.

Nous avons donc fait : $2a + 2b$ pour la première étape, puis au fur et à mesure pour avoir les longueurs de chaque côté des rectangles, nous avons divisé les longueurs initiales par 3. Nous avons tenu à faire un tableau où nous résumons les différents résultats.

Ainsi en A3 on a tapé = A2/3 de même en B3 on a = B2/3

En C3, on tape : =C2*9

En D3 on tape : =D2/3

En E3 on tape : = D3*C3

Ainsi nous avons obtenu :

✓	A	B	C	D	E
1	valeur de a	valeur de b	nombre de rectangles	périmètre	périmètre total
2	42	27	1	138	138
3	14	9	9	46	414
4	4,6666666667	3	81	15,3333333333	1242
5	1,5555555556	1	729	5,1111111111	3726
6	0,5185185185	0,3333333333	6561	1,7037037037	11178
7	0,1728395062	0,1111111111	59049	0,5679012346	33534
8	0,0576131687	0,037037037	531441	0,1893004115	100602
9	0,0192043896	0,012345679	4782969	0,0631001372	301806
	0,0064014632	0,0041152263	43046721	0,0210333791	905418
	0,0021338211	0,0013717421	387420489	0,0070111264	2716254
					
	9,75684071267589 E-007	6,27225474386307 E-007	1853020188851840	3,20581909130779 E-006	5940447498
	3,25228023755863 E-007	2,09075158128769 E-007	16677181699666600	1,06860636376926 E-006	17821342494
	1,08409341251954 E-007	6,96917193762563 E-008	150094635296999000	3,56202121256421 E-007	53464027482
	3,61364470839848 E-008	2,32305731254188 E-008	1350851717672990000	1,18734040418807 E-007	160392082446
	0,0000000012	7,74352437513959 E-009	1215766545905690000 0	3,95780134729357 E-008	481176247338
	0,000000004	2,5811747917132E -009	1094189891315120000 00	1,31926711576452 E-008	144352874201 4

Conjecture : La somme des périmètres de tous les rectangles semble tendre vers $+\infty$

Démonstration : (cas $n = 3$)

A l'étape 1 $P1 = 2(a+b)$

À l'étape 2 $P2 = \frac{2(a+b)}{3} \times 9 = 2(a+b) \times 3$

On divise les longueurs par 3 et il y a 9 rectangles au total

À l'étape 3
$$P_3 = \frac{2(a+b)}{9} \times 9^2 = \frac{2(a+b)}{3^2} \times 3^4 = 2(a+b) \times 3^2$$

On divise les longueurs encore par 3 et il y a $9 \times 9 = 81$ rectangles au total

à l'étape k :
$$P_k = \frac{2(a+b)}{3^{k-1}} \times 9^{k-1} = 2(a+b) \times \left(\frac{9}{3}\right)^{k-1} = 2(a+b) \times 3^{k-1}$$

donc $\lim_{k \rightarrow +\infty} P_k = +\infty$ car $3 > 1$ et $2(a+b) > 0$.

Au final, la somme des aires de tous les rectangles à partir du rang 2 est toujours égale à l'aire du grand rectangle de départ, et la somme des périmètres tend vers $+\infty$.

II. Cas général de la division des longueurs par n, $n \in \mathbb{N}$:

1. Conjectures sur tableur :

Nous avons ensuite divisé le rectangle d'origine en 9 petits rectangles de mêmes dimensions : celles d'origine divisées par n, on a toujours 9 rectangles à la première étape, cependant il y a des espaces entre les rectangles (des « marges »). (4)

On a pris comme valeur pour a = 42 et pour b = 27.

En D1 on tape : =B1*C1 En F3 on tape : =2*(C3+D3) et en G3 on tape : =F3*B3
et en H3 on tape : =C3*D3 et en I3 on tape : =H3*B3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	N°étape	Nombre de rectang	Valeur de a	Valeur de b	Valeur de n	Périmètre d'un rectang	périmètres tous les rectang	Aire d'un rectang	aires de tous les rectang
2	0	1	42	27	7	138	138	1134	1134
3	1	9	6	3,85714286	7	19,7142857143	177,4285714286	23,1428571429	208,2857142857
4	2	81	0,85714286	0,55102041	7	2,8163265306	228,1224489796	0,472303207	38,2565597668
5	3	729	0,12244898	0,0787172	7	0,4023323615	293,3002915452	0,009638841	7,0267150592
6	4	6561	0,01749271	0,01124531	7	0,0574760516	377,1003748438	0,000196711	1,2906211333
7	5	59049	0,00249896	0,00160647	7	0,0082108645	484,8433390849	4,01451102E-06	0,2370528612
8	6	531441	0,00035699	0,0002295	7	0,0011729806	623,3700073949	8,192879633E-08	0,0435403214
9	7	4782969	5,0999E-05	3,2785E-05	7	0,0001675687	801,4757237934	1,672016252E-09	0,0079972019
10	8	43046721	7,2856E-06	4,6836E-06	7	2,3938380526925E-05	1030,4687877344	3,412278064E-11	0,0014688738
11	9	387420489	1,0408E-06	6,6909E-07	7	3,4197686467036E-06	1324,8884413728	6,963832785E-13	0,0002697932
12	10	3486784401	1,4869E-07	9,5584E-08	7	4,8853837810052E-07	1703,4279960507	1,421190364E-14	4,95538439275077E-05
13	11	31381059609	2,1241E-08	1,3655E-08	7	6,9791196871503E-08	2190,1217092081	2,900388498E-16	9,10172643566467E-06
14	12	282429536481	3,0344E-09	1,9507E-09	7	0,000000001	2815,8707689818	5,919160201E-18	1,67174567185678E-06
15	13	2541865828329	4,3349E-10	2,7867E-10	7	1,4243101402348E-09	3620,4052744052	1,207991878E-19	3,07055327483898E-07
16	14	22876792454961	6,1927E-11	3,981E-11	7	2,0347287717639E-10	4654,8067813781	2,465289546E-21	5,63979172929608E-08
17	15	205891132094649	8,8466E-12	5,6871E-12	7	2,9067553882342E-11	5984,7515760576	5,031203156E-23	1,03588011354418E-08
18	16	1,8530201889E+15	1,2638E-12	8,1245E-13	7	4,1525076974774E-12	7694,6805977883	1,026776154E-24	1,90263694324441E-09
19	17	1,66771817E+16	1,8054E-13	1,1606E-13	7	5,9321538535391E-13	9893,1607685849	2,095461539E-26	3,49463928351014E-10
20	18	1,500946353E+17	2,5792E-14	1,6581E-14	7	8,4745055050559E-14	12719,7781310378	4,276452121E-28	6,41872521461046E-11
21	19	1,3508517177E+18	3,6846E-15	2,3687E-15	7	1,2106436435794E-14	16354,0004541914	8,727453308E-30	1,17894952921417E-11
22	20	1,2157665459E+19	5,2637E-16	3,3838E-16	7	1,7294909193992E-15	21026,5720125318	1,78111292E-31	2,16541750263826E-12
23	21	1,0941898913E+20	7,5195E-17	4,834E-17	7	2,4707013134274E-16	27034,1640161123	3,634924327E-33	3,97729745382538E-13
24	22	9,8477090218E+20	1,0742E-17	6,9057E-18	7	3,5295733048963E-17	34758,2108778587	7,418212911E-35	7,30524022131192E-14
25	23	8,8629381197E+21	1,5346E-18	9,8653E-19	7	5,0422475784232E-18	44689,1282715326	1,513921002E-36	1,34177881615933E-14
26	24	7,9766443077E+22	2,1923E-19	1,4093E-19	7	7,2032108263189E-19	57457,4506348277	3,089634699E-38	2,46449170314979E-15
27	25	7,1789798769E+23	3,1318E-20	2,0133E-20	7	1,0290301180456E-19	73873,8651019213	6,305376936E-40	4,5266174139486E-16
28	26	6,4610818892E+24	4,474E-21	2,8762E-21	7	1,4700430257794E-20	94980,6837024702	1,28681162E-41	8,31419525010967E-17
29	27	5,8149737003E+25	6,3915E-22	4,1088E-22	7	2,1000614653991E-21	122118,021903176	2,626146162E-43	1,52709708675484E-17
30	28	5,2334763303E+26	9,1307E-23	5,8697E-23	7	3,000087807713E-22	157008,885304083	5,359481964E-45	2,80487220016195E-18

Si on prend n=7, on remarque que le périmètre tend vers $+\infty$ et que l'aire tend vers 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	N°étape	Nombre de rectangles	Valeur de a	Valeur de b	Valeur de n	Périmètre d'un rectangle	périmètres tous les rectangles	Aire d'un rectangle	aires de tous les rectangles
2	0	1	42	27	11	138	138	1134	1134
3	1	9	3,81818182	2,45454545	11	12,5454545455	112,9090909091	9,3719008264	84,347107438
4	2	81	0,34710744	0,2231405	11	1,1404958678	92,3801652893	0,0774537258	6,2737517929
5	3	729	0,03155522	0,0202855	11	0,1036814425	75,5837716003	0,0006401134	0,4666426953
6	4	6561	0,00286866	0,00184414	11	0,0094255857	61,841267673	5,290193692E-06	0,0347089608
7	5	59049	0,00026079	0,00016765	11	0,0008568714	50,5974008233	4,372060902E-08	0,0025816582
8	6	531441	2,3708E-05	1,5241E-05	11	7,7897402347421E-05	41,3978734009	3,613273473E-10	0,0001920242
9	7	4782969	2,1553E-06	1,3855E-06	11	7,0815820315838E-06	33,870987328	2,986176424E-12	1,42827892637143E-05
10	8	43046721	1,9593E-07	1,2596E-07	11	6,4378018468943E-07	27,7126259957	2,4679144E-14	1,06235622622668E-06
11	9	387420489	1,7812E-08	1,1451E-08	11	5,8525471335403E-08	22,6739667237	2,039598678E-16	0,000000079
12	10	3486784401	1,6193E-09	1,041E-09	11	5,3204973941275E-09	18,5514273194	1,685618742E-18	5,87738913491984E-09
13	11	31381059609	1,4721E-10	9,4633E-11	11	4,8368158128432E-10	15,1784405341	1,39307334E-20	4,37161175324616E-10
14	12	282429536481	1,3382E-11	8,603E-12	11	4,3971052844029E-11	12,4187240733	1,151300281E-22	3,25161204786904E-11
15	13	2541865828329	1,2166E-12	7,8209E-13	11	3,9973684403663E-12	10,1607742418	9,514878358E-25	2,41855441577036E-12
16	14	22876792454961	1,106E-13	7,1099E-14	11	3,6339713094239E-13	8,3133607433	7,863535833E-27	1,7989247720606E-13
17	15	205891132094649	1,0054E-14	6,4636E-15	11	3,3036102812945E-14	6,8018406082	6,498789944E-29	1,33804321888805E-14
18	16	1,8530201889E+15	9,1404E-16	5,876E-16	11	3,0032820739041E-15	5,5651423158	5,37090078E-31	9,95238757850616E-16
19	17	1,66771817E+16	8,3095E-17	5,3418E-17	11	2,7302564308219E-16	4,5532982583	4,438760976E-33	7,40260233112028E-17
20	18	1,500946353E+17	7,5541E-18	4,8562E-18	11	2,4820513007472E-17	3,7254258477	3,6683975E-35	5,5060678495936E-18
21	19	1,3508517177E+18	6,8673E-19	4,4147E-19	11	2,2564102734065E-18	3,0480756936	3,031733471E-37	4,09542236746631E-19
22	20	1,2157665459E+19	6,243E-20	4,0134E-20	11	2,0512820667332E-19	2,493880113	2,505564852E-39	3,04618192621461E-20
23	21	1,0941898913E+20	5,6755E-21	3,6485E-21	11	1,8648018788484E-20	2,0404473651	2,070714754E-41	2,26575515172988E-21
24	22	9,8477090218E+20	5,1595E-22	3,3168E-22	11	1,6952744353167E-21	1,6694569351	1,711334508E-43	1,68527242690652E-22
25	23	8,8629381197E+21	4,6905E-23	3,0153E-23	11	1,5411585775606E-22	1,3659193105	1,414326039E-45	1,25350841670733E-23
26	24	7,9766443077E+22	4,2641E-24	2,7412E-24	11	1,4010532523278E-23	1,117570345	1,168864495E-47	9,3236163226165E-25
27	25	7,1789798769E+23	3,8764E-25	2,492E-25	11	1,2736847748435E-24	0,9143757368	9,660037151E-50	6,93492123169822E-26
28	26	6,4610818892E+24	3,524E-26	2,2654E-26	11	1,1578952498577E-25	0,7481256028	7,983501778E-52	5,15820587481686E-27
29	27	5,8149737003E+25	3,2037E-27	2,0595E-27	11	1,0526320453252E-26	0,612102766	6,59793535E-54	3,83668205564891E-28
30	28	5,2334763303E+26	2,9124E-28	1,8723E-28	11	9,5693822302291E-28	0,500811354	5,452839135E-56	2,85373045461489E-29
31	29	4,7101286972E+27	2,6477E-29	1,7021E-29	11	8,6994383911173E-29	0,4097547442	4,506478624E-58	2,1226094290524E-30
32	30	4,2391158275E+28	2,407E-30	1,5473E-30	11	7,9085803555612E-30	0,3352538816	3,724362499E-60	1,57880040177451E-31

Si on prend $n=11$, on remarque que le périmètre tend vers $+\infty$ et que l'aire tend vers 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	N°étape	Nombre de rectangles	Valeur de a	Valeur de b	Valeur de n	Périmètre d'un rectangle	périmètres tous les rectangles	Aire d'un rectangle	aires de tous les rectangles
2	0	1	42	27	9	138	138	1134	1134
3	1	9	4,66666667	3	9	15,3333333333	138	14	126
4	2	81	0,51851852	0,33333333	9	1,7037037037	138	0,1728395062	14
5	3	729	0,05761317	0,03703704	9	0,1893004115	138	0,0021338211	1,5555555556
6	4	6561	0,00640146	0,00411523	9	0,0210333791	138	2,634346992E-05	0,1728395062
7	5	59049	0,00071127	0,00045725	9	0,0023370421	138	3,252280238E-07	0,0192043896
8	6	531441	7,7903E-05	5,0805E-05	9	0,0002596713	138	0,0000000004	0,0021338211
9	7	4782969	8,7812E-06	5,645E-06	9	2,885237182177E-05	138	4,956988626E-11	0,0002370912
10	8	43046721	9,7568E-07	6,2723E-07	9	3,2058190913078E-06	138	6,119739045E-13	2,63434699242249E-05
11	9	387420489	1,0841E-07	6,9692E-08	9	3,5620212125642E-07	138	7,555233388E-15	2,92705221380276E-06
12	10	3486784401	1,2045E-08	7,7435E-09	9	3,9578013472936E-08	138	9,327448628E-17	3,25228023755862E-07
13	11	31381059609	1,3384E-09	8,6039E-10	9	4,3975570525484E-09	138	1,151536868E-18	3,61364470839847E-08
14	12	282429536481	1,4871E-10	9,5599E-11	9	4,8861745028316E-10	138	1,421650454E-20	0,0000000004
15	13	2541865828329	1,6523E-11	1,0622E-11	9	5,429082780924E-11	138	1,755124017E-22	4,4612897634549E-10
16	14	22876792454961	1,8359E-12	1,1802E-12	9	6,0323142010266E-12	138	2,166819774E-24	4,956988626061E-11
17	15	205891132094649	2,0399E-13	1,3114E-13	9	6,702571334474E-13	138	2,675086141E-26	5,50776514006778E-12
18	16	1,8530201889E+15	2,2666E-14	1,4571E-14	9	7,4473014827489E-14	138	3,302575483E-28	6,11973904451975E-13
19	17	1,66771817E+16	2,5184E-15	1,619E-15	9	8,2747794252766E-15	138	4,077253682E-30	6,79971004946639E-14
20	18	1,500946353E+17	2,7982E-16	1,7989E-16	9	9,1941993614184E-16	138	5,033646521E-32	7,55523338829598E-15
21	19	1,3508517177E+18	3,1091E-17	1,9987E-17	9	1,0215777068243E-16	138	6,214378421E-34	8,39470376477332E-16
22	20	1,2157665459E+19	3,4546E-18	2,2208E-18	9	1,1350863409159E-17	138	7,672072125E-36	9,32744862752591E-17
23	21	1,0941898913E+20	3,8385E-19	2,4676E-19	9	1,2612070454621E-18	138	9,471693982E-38	1,03638318083621E-17
24	22	9,8477090218E+20	4,265E-20	2,7418E-20	9	1,4013411616245E-19	138	1,169344936E-39	1,15153686759579E-18
25	23	8,8629381197E+21	4,7388E-21	3,0464E-21	9	1,5570457351384E-20	138	1,443635723E-41	1,27948540843977E-19
26	24	7,9766443077E+22	5,2654E-22	3,3849E-22	9	1,7300508168204E-21	138	1,782266325E-43	1,42165045382196E-20
27	25	7,1789798769E+23	5,8504E-23	3,761E-23	9	1,922278685356E-22	138	2,200328797E-45	1,57961161535774E-21
28	26	6,4610818892E+24	6,5005E-24	4,1789E-24	9	2,1358652059511E-23	138	2,716455304E-47	1,75512401706415E-22
29	27	5,8149737003E+25	7,2227E-25	4,6432E-25	9	2,3731835621679E-24	138	3,353648524E-49	1,95013779673795E-23
30	28	5,2334763303E+26	8,0253E-26	5,1591E-26	9	2,636870624631E-25	138	4,14030682E-51	2,16681977415327E-24
31	29	4,7101286972E+27	8,917E-27	5,7323E-27	9	2,92985624959E-26	138	5,111489901E-53	2,40757752683697E-25
32	30	4,2391158275E+28	9,9077E-28	6,3693E-28	9	3,2553958328778E-27	138	6,310481359E-55	2,67508614092997E-26

Si on prend $n=9$, on remarque que le périmètre reste constant et que l'aire tend vers 0.

Démonstrations :

PERIMETRE DES PETITS RECTANGLES avec a et b et une valeur de n quelconque :

A l'étape 1 $P_1 = 2(a+b)$

À l'étape 2 $P_2 = \frac{2(a+b)}{n} \times 9$

On divise les longueurs par n et il y a 9 rectangles au total

À l'étape 3 $P_3 = \frac{2(a+b)}{n^2} \times 9^2 = 2(a+b) \times \left(\frac{9}{n}\right)^2$

On divise les longueurs encore par n et il y a $9 \times 9 = 81$ rectangles au total

A l'étape k : $P_k = \frac{2(a+b)}{n^{k-1}} \times 9^{k-1} = 2(a+b) \times \left(\frac{9}{n}\right)^{k-1}$

Si $n=9$ à l'étape k : $P_k = 2(a+b)$ Le périmètre est constant égal à $2(a+b)$.

Si $n < 9$ on a $1 < \frac{9}{n}$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{9}{n}\right)^{k-1} = +\infty$ le périmètre tend vers $+\infty$.

Si $n > 9$ $\frac{9}{n} < 1$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{9}{n}\right)^{k-1} = 0$ le périmètre tendra vers 0

AIRE DES PETITS RECTANGLES

avec a et b et une valeur de n quelconque :

--> à l'étape 1, $A_1 : a \times b$

--> à l'étape 2, $A_2 : \frac{a}{n} \times \frac{b}{n} \times 9$ on divise les longueurs par n et il y a 9 rectangles

--> à l'étape 3, $A_3 : \frac{a}{n^2} \times \frac{b}{n^2} \times 9^2$ on réitère le procédé

--> à l'étape k , $A_k = \frac{a}{n^{k-1}} \times \frac{b}{n^{k-1}} \times 9^{k-1} = ab \left(\frac{9}{n^2}\right)^{k-1}$

Donc si $n > 3$ alors $\frac{9}{n^2} < 1$ donc $\lim_{k \rightarrow +\infty} A_k = 0$ donc l'aire tendra vers 0

Donc si $n < 3$ alors $\frac{9}{n^2} > 1$ donc $\lim_{k \rightarrow +\infty} A_k = +\infty$ donc l'aire tendra vers $+\infty$

Nous voyons donc que les résultats varient en fonction des valeurs de n . Certains paraissent surprenants comme pour $n = 6$ par exemple : le périmètre tend vers $+\infty$ alors que l'aire tend vers 0.

Nous aurions aimé approfondir nos recherches et faire le lien avec les fractales mais nous n'avons pas eu le temps cette année.

Notes d'édition

(1) L'article n'explique pas ce titre : est ce en référence à « l'effet Larsen » ? Voir :

https://fr.wikipedia.org/wiki/Effet_Larsen

(2) Ici, n est égal à 3

(3) Ici, il s'agit de la somme des aires des rectangles

(4) Il faut comprendre qu'on divise la hauteur de l'écran en 7 parties égales ainsi que sa largeur. Mais, on considère les rectangles obtenus en gardant 4 marges dans la hauteur (y compris en haut et en bas de l'écran) et 4 marges dans la largeur y compris à gauche et à droite de l'écran).