

Jeu de couleurs

Année 2013-2014

Travail des élèves de quatrième :

Bernier Benoît
Calaud Lucas
Coutret Thomas
Tello Y Vasquez Loïc

Collège Fernand Garandea à La Tremblade (17)

Enseignantes :

Mme Loubet
Mme Direxel

Chercheur :

Mr Bailly-Maitre Gilles
Université de La Rochelle

Le sujet : remplir une feuille de papier sachant que si deux points sont à une distance :

- de 2cm, ils doivent être de couleur différente.
- de moins de 2cm, ils peuvent être de même couleur.
- de plus de 2cm, ils peuvent être de même couleur.

Le choix de 2 cm a été fait par les enseignantes pour simplifier les recherches.

Nous avons au départ cherché à remplir une feuille de papier de points de couleur en faisant quelques points puis en trouvant un procédé pour couvrir la feuille.

Nous avons ensuite essayé de colorier une feuille de papier avec le moins de couleurs possible en suivant la même idée : colorier une partie et trouver un moyen de remplir la feuille. Nous avons trouvé une solution jusqu'à 7 couleurs mais pas 6 couleurs.

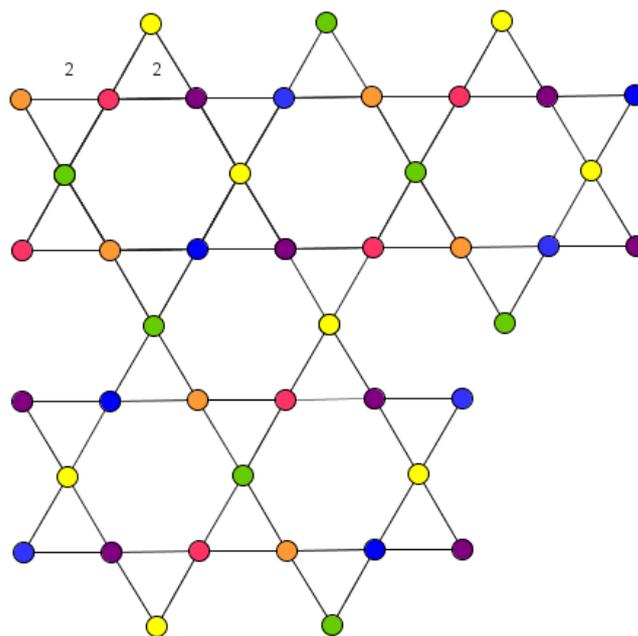
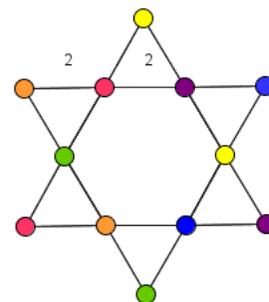
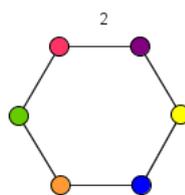
1ère situation

Placer des points de couleur

Points sur une forme en étoile avec 6 couleurs

On passe d'une étoile à l'autre par symétrie centrale.

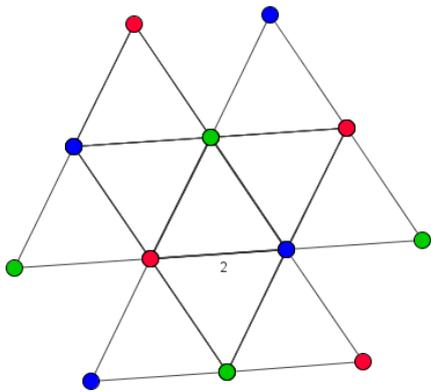
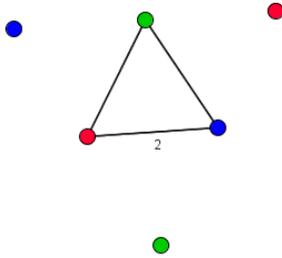
(1)



Première situation suite

Points sommets de triangles équilatéraux de 2cm de côté avec 3 couleurs

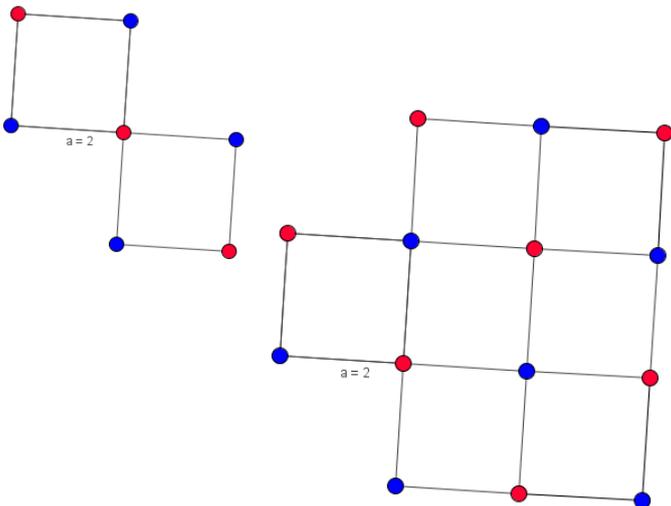
On passe d'un sommet à l'autre par symétrie axiale. (2)



Et ainsi de suite jusqu'à remplir la feuille.

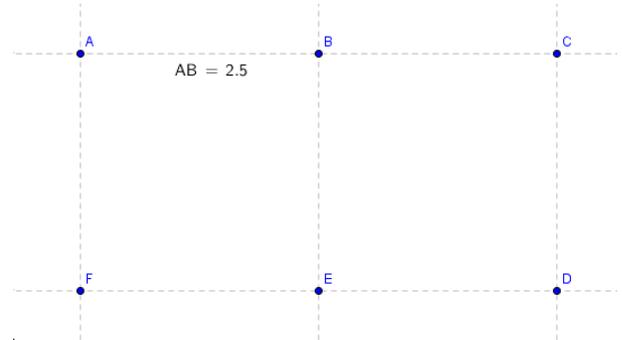
Points sommets de carrés de 2cm de côté avec 2 couleurs

On passe d'un point à l'autre par symétrie centrale.



Cherchons le moins de couleurs possible : une seule couleur suffit

Points sommets de carrés de 2,5 cm de côté.

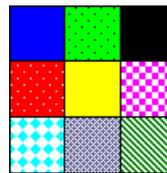


2ème situation

Trouver une forme à reproduire et à colorier en utilisant le moins de couleurs possible

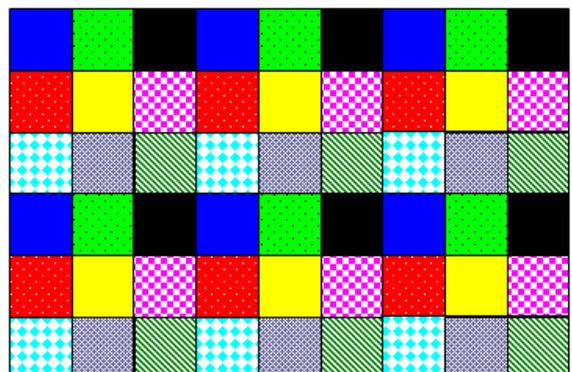
Forme en carré à 9 couleurs

La diagonale de chaque petit carré de couleur mesure 1,9 cm



On a choisi 1,9 cm pour que deux sommets ne soient pas de même couleur. (3)

On passe d'une forme à la suivante en la mettant à côté ou dessous



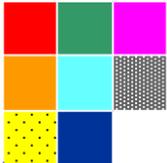
2^{ème} situation suite

A partir de 8 carrés de diagonale 2cm

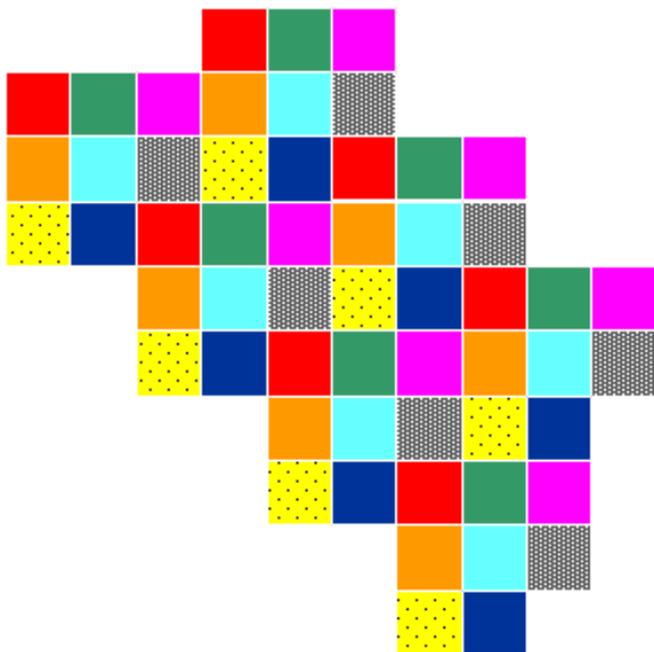
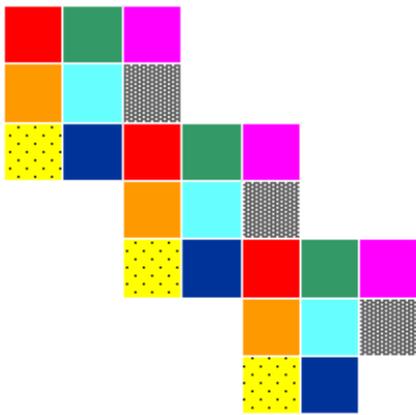
On décide que chaque sommet en haut à gauche d'un carré sera de la couleur du carré.



En effet, les sommets opposés étant à 2 cm, ils ne peuvent pas être de la même couleur.

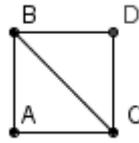


Forme que l'on reproduit en se décalant



Nous venons d'utiliser des carrés de diagonales 1,9 cm et 2 cm et nous avons décidé de calculer la longueur de leurs côtés.

Dans le triangle ABC rectangle en A, appliquons le théorème de Pythagore :



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ avec } AB = AC \text{ donc } BC^2 \text{ est donc le double de } AB^2$$

Pour BC = 1,9 cm

Pour BC = 2 cm

$$AB^2 = 1,9^2 : 2 = 1,805$$

$$AB^2 = 2^2 : 2 = 2$$

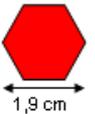
AB est la racine carrée de 1,805

AB est la racine carrée de 2

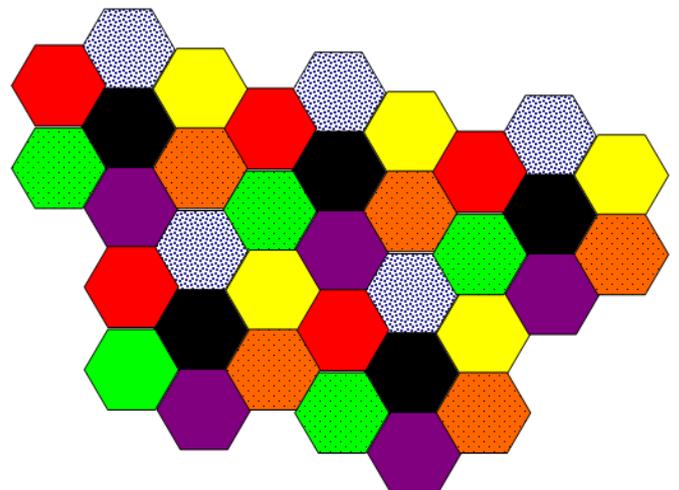
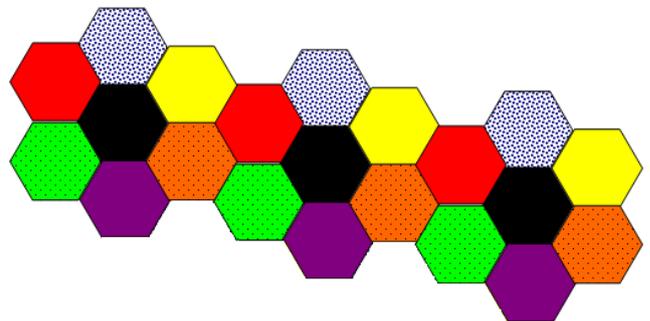
AB est d'environ 1,34 cm

AB est d'environ 1,4 cm

Avec 7 couleurs et des hexagones



On passe d'une fleur à l'autre en se décalant

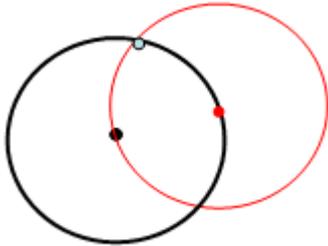


Nous avons réussi à colorier la feuille avec 7 couleurs.

Peut-on le faire avec seulement deux couleurs ?

Dessignons un cercle noir de 2 cm autour d'un point noir.

Les points sur ce cercle ne doivent pas être noirs.



Plaçons un point rouge sur ce cercle.

Les points communs aux deux cercles ne peuvent être ni rouge, ni noir.

Il faut donc au moins une troisième couleur

A vous de relever le défi

Réussir à colorier une feuille de papier avec :

6 couleurs

5 couleurs

4 couleurs

Avec 3 couleurs, vous serez les meilleurs ;-)

Notes d'édition

(1) Les symétries ont pour centre les sommets jaunes et verts. Dans ce pavage, appelé pavage trihexagonal, les étoiles s'intersectent.

(2) Les axes de symétrie sont les côtés des triangles.

(3) Les auteurs veulent certainement dire "pour que les sommets puissent être de la même couleur ou de couleur différente". Ainsi on peut prendre n'importe quelle règle pour colorier les sommets. Il n'est pas expliqué comment sont coloriés les côtés des carrés, mais toute règle sensée fonctionne.

Les élèves de quatrième
Collège Fernand Garandau de La Tremblade
année 2013 - 2014