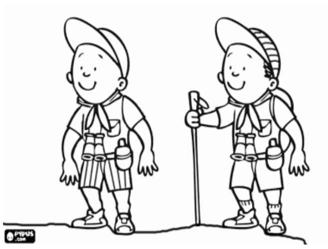
Cet article est rédigé par des élèves. Il peut comporter des oublis et imperfections, autant que possible signalés par nos relecteurs dans les notes d'édition.

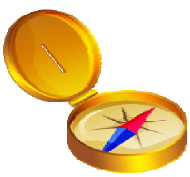
LES AVENTURIERS
sur EXPLOSURF
alice.loria.fr/~nivoliev/Explosurf/

Élèves :
BELISSA Jules - 6ème
BIED CHARRETO N Arthur - 6ème
COLLET Ugo - 6ème
FOREST Thomas - 6ème
SERRE Marc - 6ème
COGNOT Caroline - 5ème
COGNOT Gabrielle - 5ème
GUILLARD Gaylor - 5ème
MARTIN Mélisse - 5ème
MOREAU Anaïs - 5ème
RENAULD Jan - 5ème
REUCHE Victor - 5ème
RICHARD Amélia - 5ème
BASTIEN Hugo - 4ème
GRANDJEAN Bixente - 4ème
MACEL Eric - 4ème
NAHIDMOBARAKEH Bozorgmehr - 4ème
SCHWAN Carl - 4ème
WU Louise - 4ème



Enseignants :
HIRIART Louisette
KUNC Christelle

Chercheur :
NIVOLIERS Vincent (INRIA/LORIA Nancy)



Collège GEORGE CHEPFER
Rue de la carrière
54 600 VILLERS les NANCY

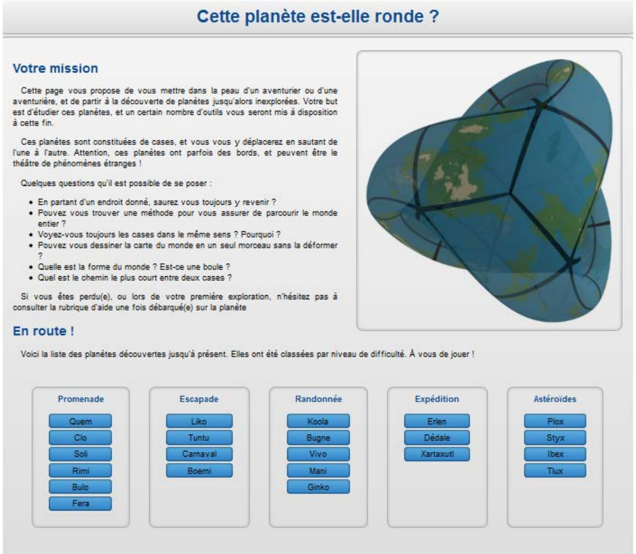
Sujet :
A partir du site **EXPLOSURF** : sur internet
alice.loria.fr/~nivoliev/Explosurf/
notre chercheur nous a proposé de nous mettre dans la peau d'un aventurier ou d'une aventurière, et d'explorer des planètes.

SOMMAIRE

A – EXPLOSURF

1°) Notre mission

Voici la page d'introduction d'EXPLOSURF.



Cette page nous propose de nous mettre dans la peau d'un aventurier ou d'une aventurière, et de partir à la découverte de planètes jusqu'alors inexplorées.

Notre but est d'étudier ces planètes et un certain nombre d'outils sont mis à disposition à cette fin.

Les planètes sont toutes en **un seul morceau** et sont constituées de cases. On s'y déplace en sautant de l'une à l'autre.

Attention, ces planètes ont parfois des bords et elles peuvent alors être le théâtre de phénomènes étranges!

Voici les questions qui nous ont été posées :

En partant d'un endroit donné, saurez-vous toujours y revenir ?

Pouvez-vous trouver une méthode pour vous assurer de parcourir le monde entier ?

Quel est le chemin le plus court entre deux cases ?

Voyez-vous toujours les cases dans le même sens ? Pourquoi ?

Pouvez-vous toujours construire les planètes en papier ?

Quelle est la forme du monde ? Est-ce une boule ?

2°) En route !

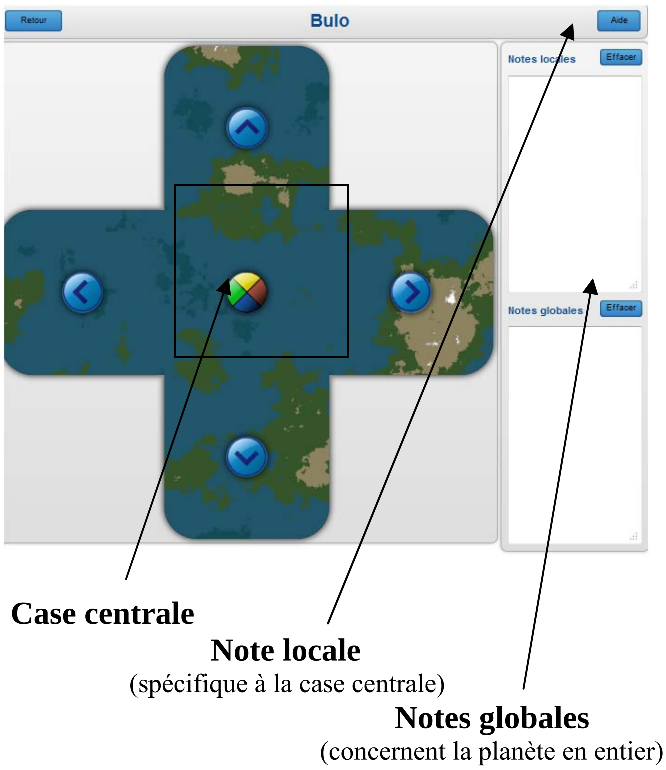
Il y a un grand éventail de planètes à explorer.
22 planètes en tout, classées par niveau de difficulté.

- Niveau **Promenade** avec les planètes : QUEM, CLO, SOLI, RIMI, BULO et FERA.
- Niveau **Escapade** avec les planètes : LIKO, TUNTU, CARNAVAL et BOEMI.
- Niveau **Randonnée** avec les planètes : KOOLA, BUGNE, VIVO, MAMI et GINKO
- Niveau **Expédition** avec les planètes : ERLEN, DEDALE, XARTAXUTL.
- Et les **Astéroïdes :** PLOX, STYX, IBEX et TLUX.

Il y a une rubrique d'aide si on est perdu une fois débarqué sur une planète.
Pour expliquer ce que l'on voit pour chaque planète, nous débarquons par exemple sur la planète BULO.

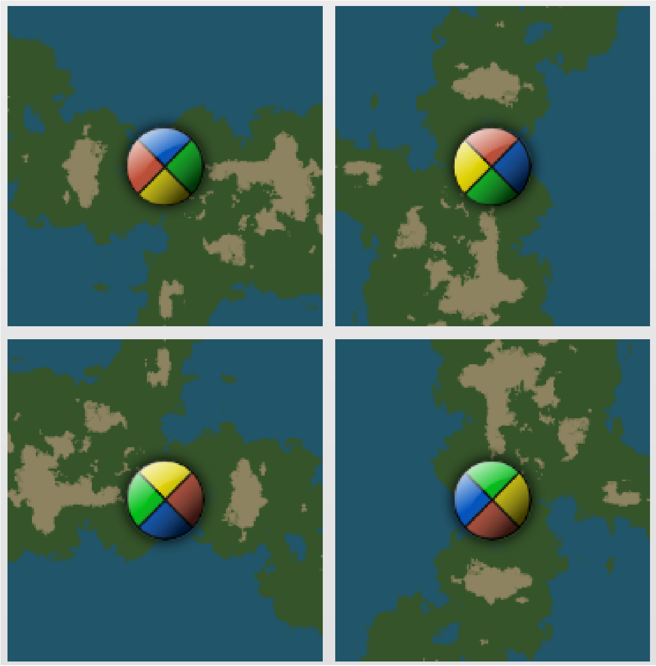
Il faut tout d'abord savoir qu'en ouvrant la planète BULO, on arrive sur une case quelconque de cette planète et **ce n'est pas forcément la même** que celle d'un autre explorateur. On n'y arrive aussi **pas dans le même sens.** (1)
Cette case est au centre et on y voit ses 4 voisines.

Page d'ouverture de la planète BULO



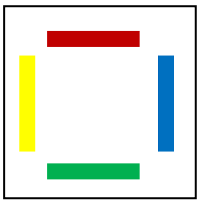
3°) <u>Que voit-on sur une case centrale ?</u>

Au centre de la case centrale, il y a une boussole, placée de **manière aléatoire.** (2)
Pour une case donnée, la boussole est toujours orientée de la même façon et si la case tourne, la boussole tourne avec comme on le montre ci-dessous en tournant à chaque fois la case de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.



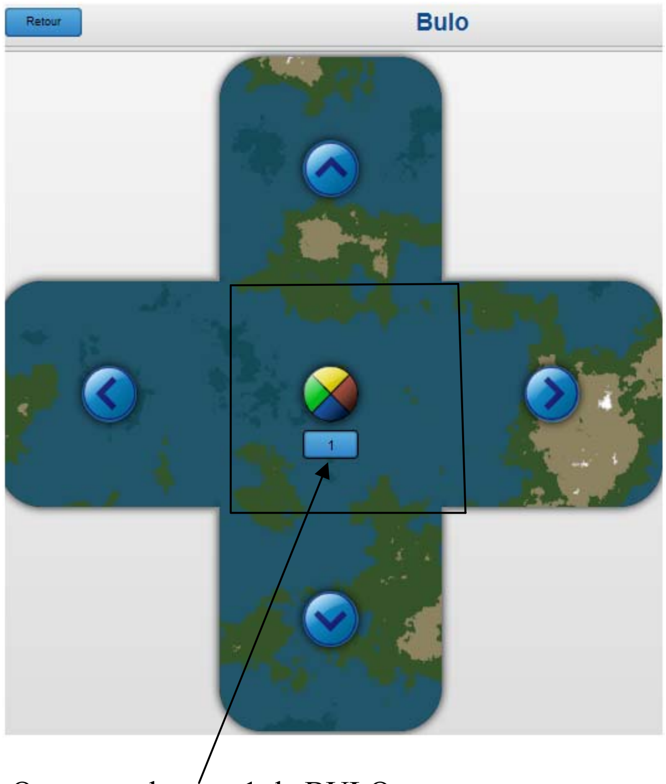
Les couleurs de la boussole n'indiquent donc **pas une direction** : Haut, Droite, Bas, Gauche, mais elles indiquent **les 4 arêtes de la case** : arête Rouge, arête Bleue, arête Verte, arête Jaune. (3)

Nous allons alors par la suite construire en carton des cases avec les arêtes coloriées en Rouge, Bleu, Vert et Jaune en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre pour représenter les cases des planètes comme dans EXPLOSURF.



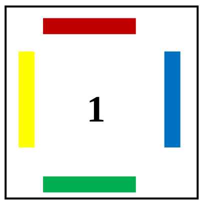
Pour repérer sur quelle case d'une planète on se trouve, on a tout de suite pensé à les numéroter.
Pour chaque case, il y a une « **<u>note locale</u>** » spécifique à la case. On y a noté le numéro que nous avons donné à la case.
Les notes sont conservées lorsqu'on quitte la planète pour y revenir plus tard si le navigateur internet est assez récent.

Ce n'était pas le cas dans notre collège, aussi notre chercheur Vincent a mis des numéros sur chaque case afin que l'on puisse s'y retrouver d'une séance à l'autre.
Il suffit de cliquer sur « ! » pour faire apparaître le numéro de chaque case de la planète.



On est sur la case 1 de BULO

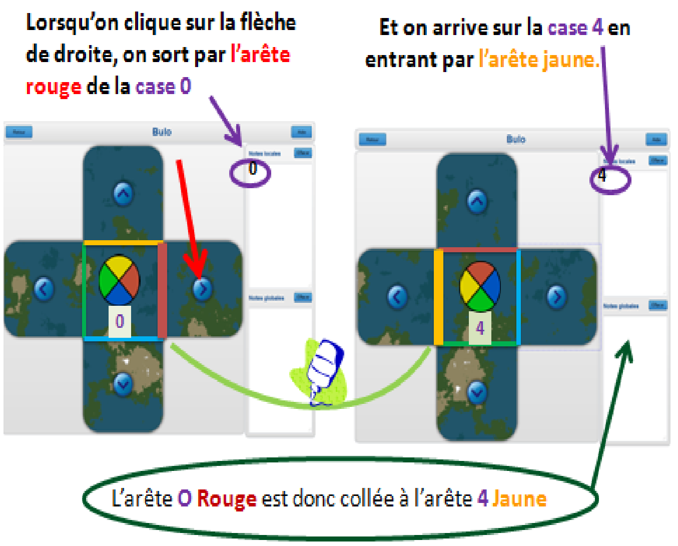
On construira cette case comme ci-dessous.



4°) <u>Les déplacements de case en case d'une planète.</u>

On se déplace d'une case centrale à une case voisine en utilisant les 4 flèches de direction qui se trouvent dans les cases voisines.

Par exemple, si on est au départ sur la case 0 de la planète BULO, si on traverse l'arête **Rouge de la case 0**, en cliquant sur la **flèche de droite**, on arrive sur **la case 4 par l'arête Jaune.**



Pour retourner à la case 0, il suffit de traverser l'arête Jaune de la case 4, en cliquant sur la flèche de gauche.

L'arête Rouge de la case 0 est collée à l'arête Jaune de la case 4.

On parcourt la planète et on recueille toutes les correspondances entre les cases.
Pour retenir les correspondances entre les cases, avec les couleurs des arêtes, on les écrit dans les « **notes globales** » qui concernent la planète en entier.
Les « notes globales » restent visibles quelle que soit la case où on se situe.

Mais, pour pouvoir mieux lire toutes les correspondances entre les cases, nous avons décidé de construire des tableaux de données.

TABLEAU DE DONNEES DE BULO

0	1	2	3	4	5
R-------4J	R-------3B	R-------3V	R-------4V	R-------5R	R-------4R
B-------3J	B-------4B	B-------1J	B-------1R	B-------1B	B-------0R
V-------2J	V-------5J	V-------5V	V-------2R	V-------3R	V-------2V
J-------5B	J-------2B	J-------0V	J-------0B	J-------0R	J-------1V

Dans ce tableau de données de la planète BULO on y voit tout d'abord :
- en première ligne, les numéros des cases 0,1, 2 …etc.

BULO est une planète qui a 6 cases numérotées de 0 à 5
- verticalement les couleurs des arêtes **R**ouge, **B**leu, **V**ert, **J**aune de chaque case de la planète BULO.

Dans ce tableau nous avons alors écrit les correspondances entre les cases avec les couleurs des arêtes concernées.

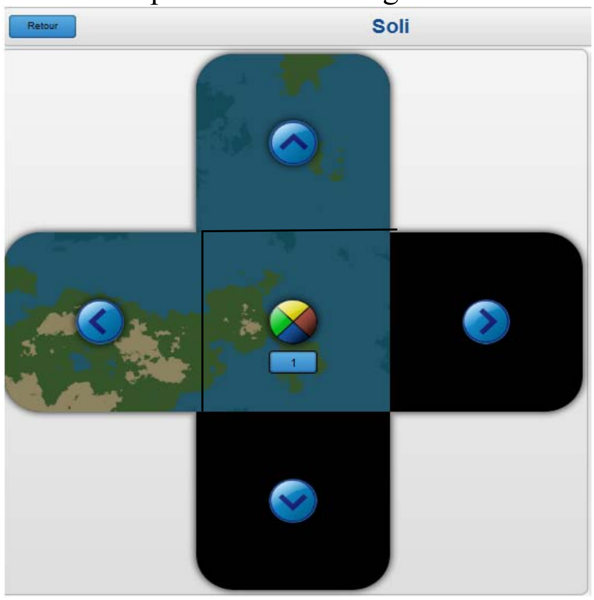
On a rempli les cases par paires :

Par exemple, l'arête O Rouge collée à l'arête 4 Jaune et l'arête 4 Jaune collée à l'arête 0 Rouge.

On peut aussi alors y suivre un chemin d'une case à l'autre comme par exemple :
Si on est Case 0 et que l'on traverse l'arête Rouge, on arrive case 4, si on traverse alors l'arête Bleue de la case 4, on arrive case 1, puis si on traverse l'arête Verte de la case 1, on arrive case 5.

5°) <u>Attention, des phénomènes étranges !</u>

Nous débarquons alors sur la planète SOLI pour étudier des phénomènes étranges !



On remarque des cases noires.
Que se passe-t-il si on veut par exemple traverser l'arête Rouge de la case centrale 1 ?
On ne peut pas le faire car lorsque l'on clique sur la flèche de direction correspondante, un message apparaît à l'écran qui indique : « Le vide est en général mauvais pour la santé ». On comprend alors que les cases noires représentent le vide.
Cela signifie que cette planète a des bords. On ne peut se déplacer au delà de l'arête ROUGE de la case 1

Cette arête Rouge de la case 1 est **un bord** de la planète
De même, l'arête Bleue de cette même case est un autre bord.
On ne peut quitter la case 1 qu'en traversant les arêtes Jaune ou Verte.
On a construit le tableau de données de la planète SOLI qui comporte 6 cases. Les rectangles noirs indiquent les bords de certaines cases.

TABLEAU DE DONNEES DE SOLI

0	1	2	3	4
R------	R------	R------	R------	R------
B-------4V	B------	B------	B------	B-------3J
V-------1V	V-------0V	V-------1J	V-------2J	V-------0B
J------	J-------2V	J-------3V	J-------4B	J------

Le vide est en général mauvais pour la santé

Par exemple, l'arête Jaune de la case 0 est un bord de la planète SOLI, on ne peut pas se déplacer au-delà de cette arête, on tombe dans le vide.
On ne peut quitter la case 0, que par les arêtes Bleue ou Verte.

On définit donc 2 catégories de surfaces : celles avec bords et celles sans bords.

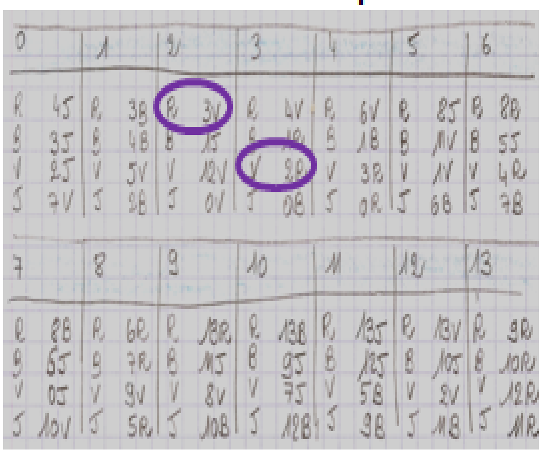
6°) La construction des planètes:

D'après EXPLOSURF sur l'ordinateur, nous avons donc construit des tableaux de données, puis à l'aide des tableaux de données nous avons construit nos premières planètes en papier.

Pour cela, on a construit des cases numérotées avec les couleurs des arêtes et on a collé bords à bords les arêtes de chaque case, en suivant les indications d'assemblage du tableau de données, c'est notre « mode d'emploi ».
Un fois construite, on découvre sa forme.

► Exemple pour la planète LIKO

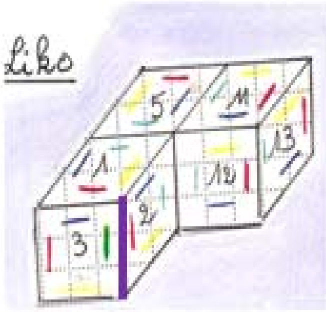
Tableau de données de la planète LIKO :



0		1		2		3		4		5		6	
R	4J	R	3B	R	3V	R	4V	R	6V	R	8J	R	8B
B	3J	B	4B	B	1J	B	[illegible]	B	1B	B	11V	B	5J
V	2J	V	5V	V	12V	V	2R	V	3B	V	11V	V	4R
J	7V	J	9B	J	0V	J	0B	J	0R	J	6B	J	7B

7		8		9		10		11		12		13	
R	8B	R	6R	R	12R	R	13B	R	13J	R	13V	R	9R
B	6J	B	7R	B	11J	B	9J	B	12J	B	10J	B	10R
V	0J	V	9V	V	8V	V	7J	V	5B	V	2V	V	12R
J	10V	J	5R	J	10B	J	12B	J	9B	J	11B	J	11R

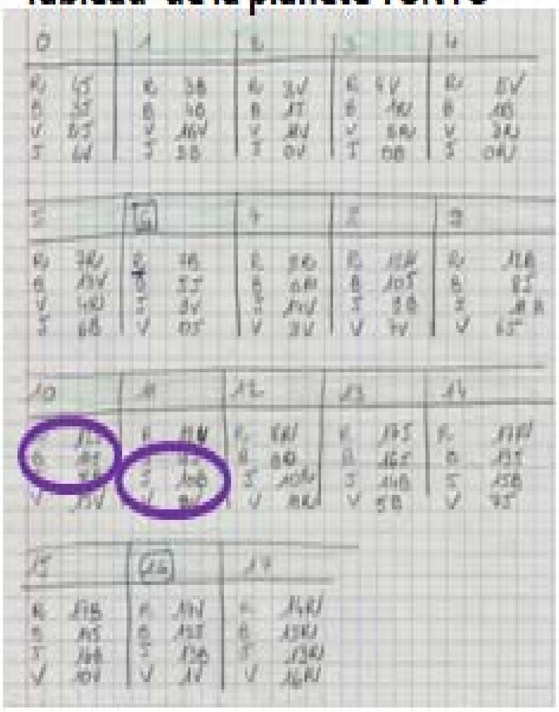
• On a construit 14 cases carrées numérotées de 0 à 13.
• On a colorié les arêtes en **Rouge, Bleu, Vert puis Jaune en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre comme sur les boussoles**.
• On les a assemblées en suivant le mode de montage du tableau de données.
On a obtenu la planète LIKO sans bords ni trous.



On voit bien le collage de l'arête Verte de la case 3 avec l'arête Rouge de la case 2.

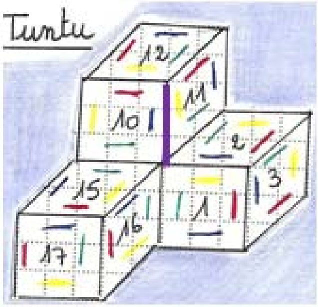
► Exemple pour la planète TUNTU

Tableau de la planète TUNTU



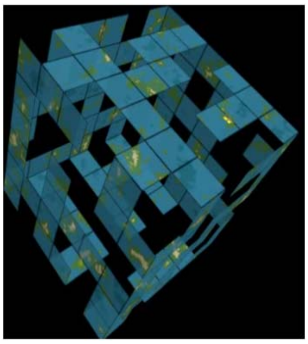
• On a construit 18 cases carrées numérotées de 0 à 17.
• On a colorié les arêtes en **Rouge, Bleu, Vert puis Jaune en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre comme sur les boussoles**.
• On les a assemblées en suivant le mode de montage du tableau de données.

On a obtenu la planète TUNTU sans bords ni trous.



On voit bien le collage de l'arête Bleue de la case 10 avec l'arête Jaune de la case 11.

► Pour la planète DEDALE qui a beaucoup de cases (123 !), mais aussi beaucoup de bords, nous avons pu faire directement un patron de la planète puis la construire sans passer par un tableau de données.



► La planète CARNAVAL a un trou. Nous l'avons construite de même à partir de son tableau de données.

La planète CARNAVAL a un trou, mais pas de bords.

Sur la photo ci-dessous, voici quelques unes de nos planètes construites :

• les planètes QUEM, CLO, SOLI et RIMI qui ont des bords mais pas de trou.

• les planètes TUNTU, FERA et BULO qui n'ont pas de bords et pas de trou.

- la planète CARNAVAL sans bords mais avec un trou.

Maintenant que nous savons utiliser et exploiter EXPLOSURF, nous allons répondre aux questions posées en trois épisodes.

B – <u>EPISODE 1</u>

<u>Notre mission est de répondre à ces trois questions :</u>

1) Comment être sûr d'avoir parcouru la planète en entier ?

2) En partant d'un endroit donné, sait-on toujours y revenir ?

3) Peut-on trouver la longueur du plus court chemin pour aller d'un endroit à un autre ?

1°) <u>Question 1</u>

Comment être sûr d'avoir parcouru la planète en entier ?

En visitant par exemple la planète TUNTU sur EXPLOSURF, on complète son tableau de données.

Tableau de données de la planète TUNTU

Lorsqu'on a trouvé 18 cases, numérotées de 0 à 17, on constate que chaque arête est collée à une voisine.

Nos planètes sont toutes **en un seul « morceau »** et il existe toujours un chemin pour aller d'une case à une autre en traversant des arêtes.
S'il existait une autre case oubliée en plus de nos 18 cases, **alors** il existerait un chemin qui la relierait à une de nous 18 cases.
Or aucune n'est libre.
Donc il n'existe pas d'autre case inexplorée.

On est alors sûr d'avoir exploré la planète en entier !

<u>Conclusion :</u>
On considèrera que l'on a visité toutes les cases d'une planète lorsque pour chacune d'elles, on connait ses quatre voisines.

2°) <u>Question 2</u>

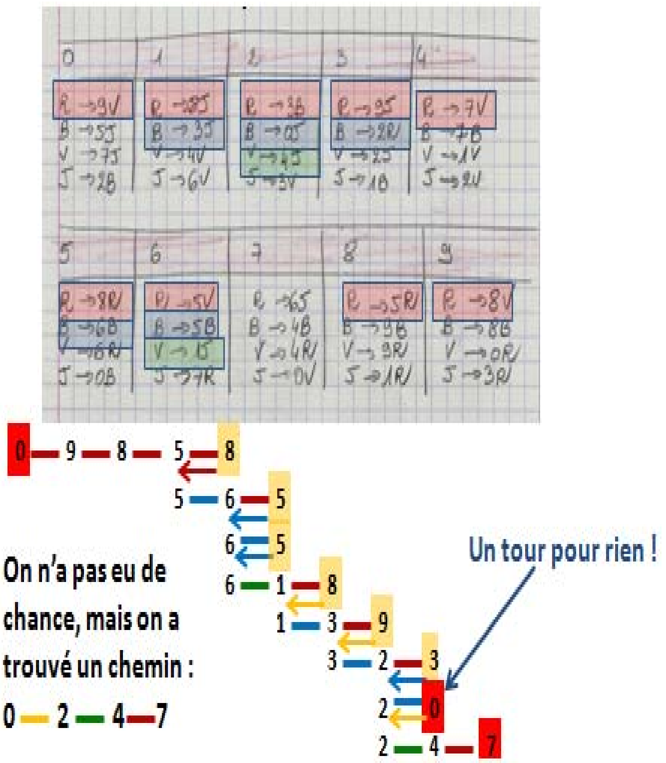
Comment trouver une méthode qui permette à tous les coups de trouver un chemin sur la surface d'une planète allant d'une case « i » à une case « j » ?

Voici une méthode générale :

Pour les déplacements, on décide de respecter un ordre de priorité des couleurs pour les directions, par exemple l'ordre Rouge, Bleu, Vert et Jaune. On respectera obligatoirement cet ordre tout au long de notre déplacement sur une planète.

Ainsi, en se déplaçant sur la surface d'une planète, on prend toujours la direction Rouge jusqu'à ce que l'on arrive sur une case déjà visitée (c'est qu'on a fait une boucle), alors on revient à la case précédente et on prend alors la 2ème direction, Bleue, puis case suivante on reprend la direction Rouge. On suit ce principe en respectant l'ordre des couleurs imposé (Rouge, Bleu, Vert, Jaune), sans arrêt pour n'éviter aucune case de notre passage.

En partant d'un exemple sur la planète MANI (10 cases), on a cherché un chemin permettant d'aller de la case 0 à la case 7 d'après son tableau de données. En respectant les priorités de couleurs imposées pour les déplacements, on a obtenu le chemin suivant :



Voici la description du chemin suivi ci-dessus :
On part de la Case **0**, on prend l'arête **rouge** on arrive sur la case 9.
De la case **9**, on prend l'arête **rouge** on arrive sur la case 8.
De la case **8,** on prend l'arête **rouge** on arrive sur la case 5.
De la case **5**, on prend l'arête **rouge** on arrive sur la case 8 qui est déjà visitée, on revient à la case 5 par l'arête rouge.
De la case **5**, on prend l'arête **bleue** on arrive sur la case 6.
De la case **6**, on prend l'arête **rouge** on arrive sur la case 5 qui est déjà visitée, on revient à la case 6 par l'arête bleue.
De la case **6**, on prend l'arête **bleue** on arrive sur la case 5 qui est déjà visitée, on revient à la case 6 par l'arête bleue.
De la case **6**, on prend l'arête **verte** on arrive sur la case 1.
De la case **1**, on reprend l'arête **rouge** on arrive sur la case 8 qui est déjà visitée, on revient à la case 1 par l'arête jaune.
De la case **1**, on prend l'arête **bleue** on arrive sur la case 3.
De la case **3**, on reprend l'arête **rouge** on arrive sur la case 9 qui est déjà visitée, on revient à la case 3 par l'arête jaune.
De la case **3**, on prend l'arête **bleue** on arrive sur la case 2.
De la case **2**, on prend l'arête **rouge** on arrive sur la case 3 qui est déjà visitée, on revient à la case 2 par l'arête bleue.
De la case **2**, on prend l'arête **bleue** on arrive sur la case 0 d'où on est parti. **On a parcouru tout ce chemin pour rien.** On revient à la case 2 par l'arête jaune**.**
De la case **2**, on prend l'arête **verte** on arrive sur la case 4.
De la case **4**, on reprend l'arête r**ouge** on arrive sur la case 7.
On est arrivé !!!

Alors finalement, il suffit de prendre dans l'ordre la suite des couleurs
Case 0 – **arête Jaune –** case 2 – **arête Verte –** case 4 **– arête Rouge –**case 7

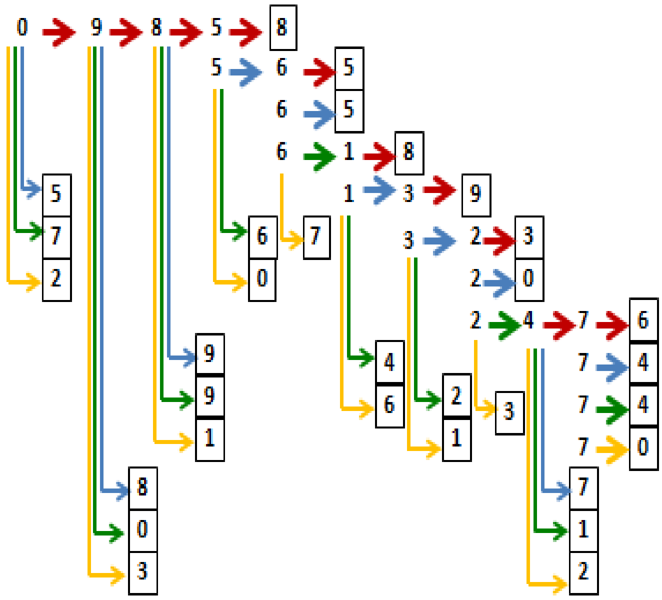
0 — 2 — 4 — 7

Cette méthode ne donne pas le plus court chemin, mais permet de toujours trouver un chemin permettant de relier deux cases.

C'est un ALGORITHME.
(On suit le modèle de déplacement choisi en respectant toujours le même ordre de couleurs et de façon systématique jusqu'à trouver la case cherchée.)

De plus, si on part de la case 0 d'un tableau, et qu'on suit cet algorithme jusqu'au bout, c'est-à-dire qu'on passe par toutes les cases de la planète et qu'on en sort par les 4 arêtes de couleur différentes, on sait parcourir la planète en entier.

Ainsi, toujours d'après le tableau de données de la planète Mani (10 cases), avec notre modèle de déplacement, on a construit un graphique qui permet de visualiser des chemins pour aller de **n'importe quelle** case « i » **à n'importe quelle** case « j » de la planète.



Dans ce graphique, les cases encadrées sont les cases déjà visitées, on a fait une boucle, on revient à la case précédente et on poursuit notre modèle de déplacement.

A la fin, on est sorti par les 4 arêtes (Rouge, Bleue, Verte et Jaune) de chaque case.
On voit ainsi les 4 voisines de chaque case.

On peut alors trouver des chemins entre toute paire de cases de la planète MANI.

Ainsi, par exemple, sur MANI, **pour aller de la case 8 à la case 7**, il suffit de traverser dans l'ordre, les arêtes de couleur :

8 → 5 → 6 → 1 → 3 → 2 → 4 → 7

Pour aller de la case 7 à la case 8 maintenant, il y a plusieurs chemins possibles :

Un premier chemin **7 → 6 → 5 → 8**

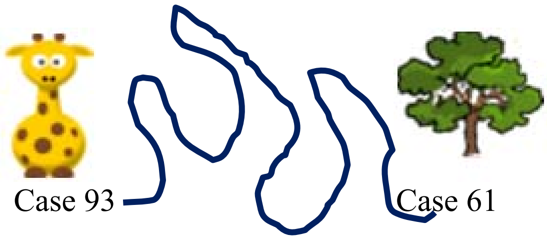
Un deuxième chemin : **7 → 4 → 1 → 8**

Un troisième chemin : **7 → 0 → 9 → 8**

Conclusion :
On a donc une méthode qui pourra nous donner un chemin entre n'importe qu'elle case « i » et n'importe qu'elle case « j » de toute planète.

Nous avions alors une mission spéciale sur la planète DEDALE de 123 cases.

Notre chercheur Vincent nous a demandé de trouver un chemin qui ramènerait la girafe Warda (dans la case 93) sous son arbre (dans la case 61).



Avec notre algorithme nous y sommes arrivés. Mais c'était très long.

Nous en avons essayé plusieurs en changeant l'ordre des couleurs dans l'algorithme.

La planète DEDALE avec ses nombreux bords

Sur la photo, on imagine bien la longueur de l'algorithme de déplacement.

3°) Question 3

Quelle est la longueur du plus court chemin pour aller d'une case « i » à une case « j » ?

Par exemple, on veut trouver le plus court chemin entre deux cases sur la planète LIKO (14 cases).

► On a commencé par construire un tableau à double entrée où on trouve en jaune les numéros des cases de la planète LIKO de 0 à 13 sur la 1ère ligne et la 1ère colonne.

Dans ce tableau, pour chaque couple de cases, nous allons écrire le nombre minimum d'arêtes traversées pour aller de l'une à l'autre.

Planète LIKO

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0		1	1	1			1						
1		0	1	1	1	1								
2	1	1	0	1									1	
3	1	1	1	0	1									
4	1	1		1	0		1							
5		1				0	1		1			1		
6					1	1	0	1	1					
7	1						1	0	1		1			
8						1	1	1	0	1				
9									1	0	1	1		1
10								1		1	0		1	1
11						1				1		0	1	1
12			1								1	1	0	1
13										1	1	1	1	0

► On peut mettre « 0 » pour les couples de cases (0 ; 0), (1 ; 1), ….. (13 ; 13) sur la diagonale, ce sont les couples de cases pour lesquels il n'y a pas d'arête à traverser.

► A l'aide du tableau de données, on écrit les couples de cases reliées entre-elles, elles n'ont qu'une arête commune.
Ainsi par exemple, la case 0 a une arête commune avec la case 2 et on écrit « 1 » pour les couples de cases (0 ; 2) et (2 ; 0).
On rempli tous les « 1 » du tableau.
On voit alors sur ce tableau les 4 cases voisines à chaque case. Il y a 4 fois le nombre « 1 » dans chaque ligne et chaque colonne.
Ce tableau est bien sûr symétrique par rapport à la diagonale bleue, il peut se lire dans les deux sens (comme un tableau multiplicatif par exemple).

► On cherche alors à noter dans le tableau les couples de cases pour lesquels le plus court chemin pour aller de l'une à l'autre traverse deux arêtes.

On va prendre par exemple la case 10, elle a une arête commune avec la case 7.

Planète LIKO

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0		1	1	1			1						
1		0	1	1	1	1								
2	1	1	0	1									1	
3	1	1	1	0	1									
4	1	1		1	0		1							
5		1				0	1		1			1		
6					1	1	0	1	1					
7	1						1	0	1		1			
8						1	1	1	0	1				
9									1	0	1	1		1
10								1		1	0		1	1
11						1				1		0	1	1
12			1								1	1	0	1
13										1	1	1	1	0

Puis, la case 7 a une arête commune avec la case 0, la case 6, la case 8 et la case 10.
Il faut donc traverser 2 arêtes pour aller de la case 10 aux cases 0, 6, 8 et 10.

Planète LIKO

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0		1	1	1			1			2			
1		0	1	1	1	1								
2	1	1	0	1									1	
3	1	1	1	0	1									
4	1	1		1	0		1							
5		1				0	1		1			1		
6					1	1	0	1	1		2			
7	1						1	0	1		1			
8						1	1	1	0	1	2			
9									1	0	1	1		1
10								1		1	0		1	1
11						1				1		0	1	1
12			1								1	1	0	1
13										1	1	1	1	0

On écrit « 2 » dans le tableau pour les couples de cases (10 ; 0), (10 ; 6), (10 ; 8).
Par contre, pour le couple (10 ; 10), la case est déjà remplie avec « 0 », on laisse le nombre le plus petit qui indique déjà la plus petite longueur.
Par symétrie, pour aller plus vite, on peut écrire aussi « 2 » dans le tableau pour les couples de cases (0 ; 10), (6 ; 10) et (8 ; 10).

On fait de même avec tous les « 1 » du tableau et on obtient tous les « 2 ».

Planète LIKO

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	2	1	1	1		2	1	2		2		2	
1	2	0	1	1	1	1	2		2			2	2	
2	1	1	0	1	2	2		2			2	2	1	2
3	1	1	1	0	1	2	2	2					2	
4	1	1	2	1	0	2	1	2	2					
5		1	2	2	2	0	1	2	1	2		1	2	2
6	2	2		2	1	1	0	1	1	2	2	2		
7	1		2	2	2	2	1	0	1	2	1		2	2
8	2	2			2	1	1	1	0	1	2	2		2
9						2	2	2	1	0	1	1	2	1
10	2		2				2	1	2	1	0	2	1	1
11		2	2			1	2		2	1	2	0	1	1
12	2	2	1	2		2		2		2	1	1	0	1
13			2			2		2	2	1	1	1	1	0

Le tableau reste bien entendu symétrique par rapport à la diagonale.

► On cherche alors à noter dans le tableau les couples de cases pour lesquels le plus court chemin pour aller de l'une à l'autre, traverse 3 arêtes.
On utilise les 1 et 2 déjà inscrits dans le tableau puisque $3 = 1 + 2 = 2 + 1$

-Par exemple il faut traverser au minimum 2 arêtes pour aller de la case 0 à la case 1 car il y a « 2 » pour le couple de cases (0 ; 1).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	2	1	1	1		2	1	2		2		2	
1	2	0	1	1	1	1	2		2			2	2	
2	1	1	0	1	2	2		2			2	2	1	2
3	1	1	1	0	1	2	2	2					2	
4	1	1	2	1	0	2	1	2	2					
5	3	1	2	2	2	0	1	2	1	2		1	2	2
6	2	2		2	1	1	0	1	1	2	2	2		
7	1		2	2	2	2	1	0	1	2	1		2	2
8	2	2			2	1	1	1	0	1	2	2		2
9						2	2	2	1	0	1	1	2	1
10	2		2				2	1	2	1	0	2	1	1
11		2	2			1	2		2	1	2	0	1	1
12	2	2	1	2		2		2		2	1	1	0	1
13			2			2		2	2	1	1	1	1	0

3 = 2 + 1, on cherche alors les arêtes communes à la case 1.
On voit alors que la case 1 a une arête commune avec les cases 2, 3, 4 et 5.
Par conséquent, il faut ainsi traverser 3 arêtes pour aller de la case 0 aux cases 2, 3, 4 et 5.
On écrit « 3 » dans le tableau pour les couples de cases (0 ; 2), (0 ; 3), (0 ; 4) et (0 ; 5), sauf s'il y a déjà écrit un nombre inférieur, c'est que l'on avait déjà trouvé un chemin plus court. Il reste donc à écrire « 3 » pour le couple de cases (0 ; 5).
Par symétrie, on écrit aussi « 3 » pour le couple de cases (5 ; 0).

-Autre exemple, il faut traverser 1 arête pour aller de la case 0 à la case 7 car il y a « 1 » pour le couple de cases (0 ; 7).

Planète LIKO

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	2	1	1	1		2	1	2		2		2	
1	2	0	1	1	1	1	2		2			2	2	
2	1	1	0	1	2	2		2			2	2	1	2
3	1	1	1	0	1	2	2	2					2	
4	1	1	2	1	0	2	1	2	2					
5	3	1	2	2	2	0	1	2	1	2		1	2	2
6	2	2		2	1	1	0	1	1	2	2	2		
7	1		2	2	2	2	1	0	1	2	1		2	2
8	2	2			2	1	1	1	0	1	2	2		2
9	3					2	2	2	1	0	1	1	2	1
10	2		2				2	1	2	1	0	2	1	1
11		2	2			1	2		2	1	2	0	1	1
12	2	2	1	2		2		2		2	1	1	0	1
13	3		2			2		2	2	1	1	1	1	0

3 = 1 + 2, on cherche alors les cases qui sont reliées par 2 arêtes à la case 7.
On voit alors qu'il faut traverser au minimum 2 arêtes pour aller de la case 7 aux cases 2, 3, 4, 5, 9, 12 et 13.
Par conséquent, il faut ainsi traverser 3 arêtes pour aller de la case 0 aux cases 2, 3, 4 et 5, 9, 12 et 13.
On écrit « 3 » dans le tableau pour les couples de cases (0 ; 2), (0 ; 3), (0 ; 4), (0 ; 5), (0 ; 9), (0 ; 12) et (0 ; 13) sauf s'il y a déjà écrit un nombre inférieur, c'est que l'on avait déjà trouvé un chemin plus court.
Il reste donc à écrire « 3 » pour les couples de cases (0 ; 9) et (0 ; 13).
Par symétrie, on écrit aussi « 3 » pour les couples de cases (9 ; 0) et (13 ; 0).

On poursuit ainsi méthodiquement, avec tous les « 1 » et les « 2 » du tableau pour obtenir tous les « 3 ». Le tableau reste bien entendu symétrique par rapport à la diagonale.

Planète LIKO

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	2	1	1	1	3	2	1	2	3	2	3	2	3
1	2	0	1	1	1	1	2	3	2	3	3	2	2	3
2	1	1	0	1	2	2	3	2	3	3	2	2	1	2
3	1	1	1	0	1	2	2	2	3		3	3	2	3
4	1	1	2	1	0	2	1	2	2	3	3	3	3	
5	3	1	2	2	2	0	1	2	1	2	3	1	2	2
6	2	2	3	2	1	1	0	1	1	2	2	2	3	3
7	1	3	2	2	2	2	1	0	1	2	1	3	2	2
8	2	2	3	3	2	1	1	1	0	1	2	2	3	2
9	3	3	3		3	2	2	2	1	0	1	1	2	1
10	2	3	2	3	3	3	2	1	2	1	0	2	1	1
11	3	2	2	3	3	1	2	3	2	1	2	0	1	1
12	2	2	1	2	3	2	3	2	3	2	1	1	0	1
13	3	3	2	3		2	3	2	2	1	1	1	1	0

► On s'y prend de la même manière pour trouver les couples de cases pour lesquels le plus court chemin pour aller de l'une à l'autre traverse 4 arêtes, en utilisant les 1, le 2 et les 3 du tableau puisque
$4 = 1 + 3 = 2 + 2 = 3 + 1$

On obtient le tableau final suivant :

Planète LIKO

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	2	1	1	1	3	2	1	2	3	2	3	2	3
1	2	0	1	1	1	1	2	3	2	3	3	2	2	3
2	1	1	0	1	2	2	3	2	3	3	2	2	1	2
3	1	1	1	0	1	2	2	2	3	4	3	3	2	3
4	1	1	2	1	0	2	1	2	2	3	3	3	3	4
5	3	1	2	2	2	0	1	2	1	2	3	1	2	2
6	2	2	3	2	1	1	0	1	1	2	2	2	3	3
7	1	3	2	2	2	2	1	0	1	2	1	3	2	2
8	2	2	3	3	2	1	1	1	0	1	2	2	3	2
9	3	3	3	4	3	2	2	2	1	0	1	1	2	1
10	2	3	2	3	3	3	2	1	2	1	0	2	1	1
11	3	2	2	3	3	1	2	3	2	1	2	0	1	1
12	2	2	1	2	3	2	3	2	3	2	1	1	0	1
13	3	3	2	3	4	2	3	2	2	1	1	1	1	0

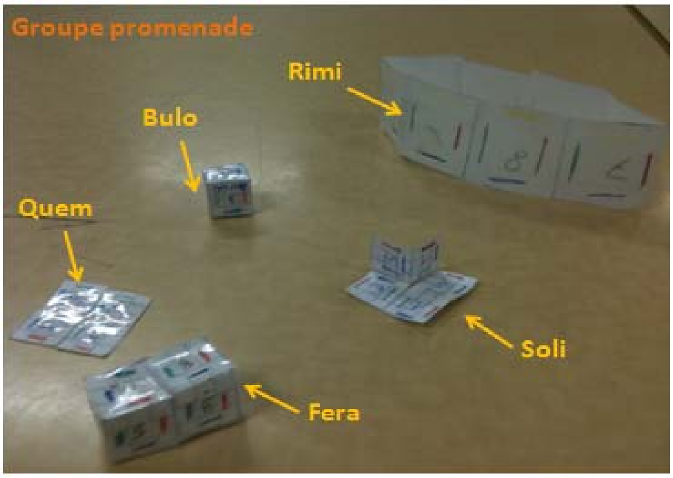
Sur ce tableau, on connaît les longueurs les plus courtes entre deux cases de la planète LIKO.

Conclusion :
On sait donc trouver les longueurs les plus courtes entre deux cases d'une planète.
Mais pour une planète avec beaucoup de cases, ce travail devient trop fastidieux à faire manuellement. Il faudrait alors utiliser l'ordinateur et programmer un algorithme.

C – EPISODE 2

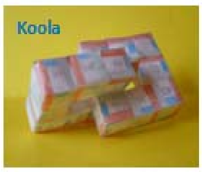
Notre mission est de répondre à ces questions :
- **Chaque planète peut-elle toujours être construite en papier?**
- **Qu'est ce qui peut poser problème? Comment le résoudre?**

Voici nos premières constructions en papier, elles étaient faciles à construire.



On y voit les planètes RIMI (un anneau), QUEM (un carré) et SOLI qui ont des bords.
Les planètes BULO (un cube) et FERA (un pavé) qui n'en ont pas.

Avec notre méthode, on a réussi à construire de jolies planètes.

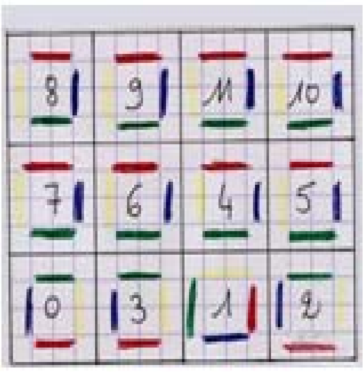


TUNTU et LIKO n'ont pas de bords et pas de trous.
CARNAVAL n'a pas de bords, mais elle a un trou.
De même KOOLA n'a pas de bords, mais elle a deux trous.
DEDALE, elle, a beaucoup de cases avec beaucoup de bords, mais elle n'a aucun trou. (4)
Plus on avance dans la liste de notre chercheur, et plus elles se compliquent !

Le problème de la planète ERLEN ?

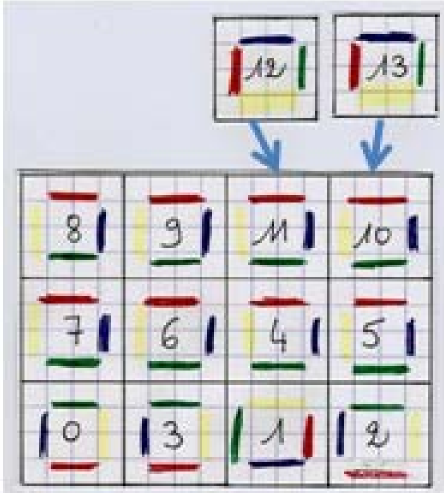
Tableau de données de ERLEN

D'après le tableau de données de la planète ERLEN, nous commençons le collage des cases en respectant les couleurs des arêtes. Nous collons entre-elles les 12 premières cases.



Il faut alors coller les arêtes Jaunes des cases 12 et 13 avec les arêtes Rouges des cases 11 et 10 comme l'indique les flèches.

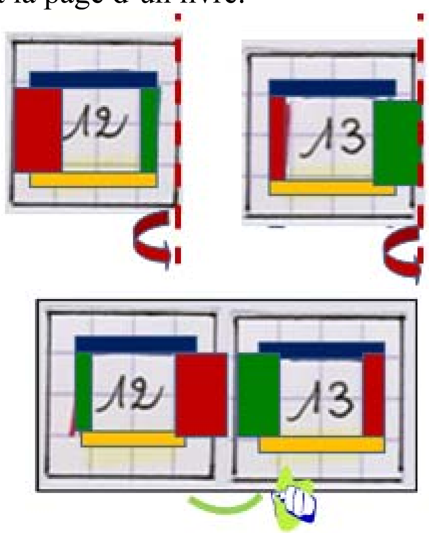
Il n'y a pas de problème pour cela.



Mais d'après notre tableau de données, l'arête 13 Verte doit se coller à l'arête 12 Rouge.
Pour continuer, on a envie de retourner les 2 cases sur l'envers.

Les cases sont en papier blanc et on a mis les numéros des cases et les couleurs des arêtes que sur une seule face, et pas sur l'autre. **On numérote alors l'autre côté des cases et on marque les couleurs des arêtes.**

Puis on retourne les cases 12 et 13 comme si on tournait la page d'un livre.



Les cases sont alors dans la bonne position de collage correspondant à notre tableau de donnée.
On effectue le collage de l'arête rouge de la case 12 sur l'arête verte de la case 13 puis les arêtes jaunes des cases 12 et 13 avec les arêtes rouges des cases 11 et 10.

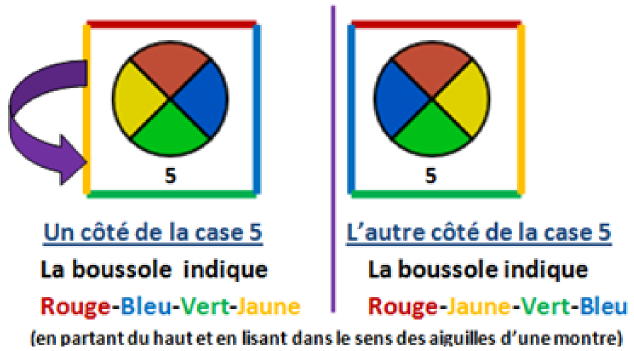
Mais alors, nouveau problème, sur quelle côté des cases se trouve-t-on ?
Nous nous rendons alors bien compte qu'il nous manque un renseignement pour savoir sur quel côté

des cases on se trouve.

On se demande si on n'avait pas laissé de côté des informations sur les planètes que nous avions déjà construites !!!!

Nous retournons sur EXPLOSURF et c'est alors que nous constatons que les boussoles ne sont pas toujours orientées dans le même sens.

En se promenant sur la planète ERLEN, par exemple, on trouve la case 5 avec la boussole qui indique les couleurs **Rouge-Bleu-Vert-Jaune** en partant du haut et en lisant dans le sens des aiguilles d'une montre et aussi la même case 5 avec la boussole qui indique cette fois les couleurs **Rouge-Jaune-Vert-Bleu** toujours en partant du haut et en lisant dans le sens des aiguilles d'une montre.



On décide alors de chercher dans EXPLOSURF toutes les planètes où il y a les deux orientations de la boussole. On trouve les planètes BOEMI, VIVO, ERLEN et d'autres plus compliquées à la fin...

On reprend alors les tableaux de données de ces planètes.

BOEMI est la première planète non orientée de la liste. **En ne faisant pas attention à l'orientation de la boussole**, nous avions obtenu le tableau de données suivant.

0	1	2	3	4
R— B—1B V— J—8J	R— B—0B V— J—2J	R— B—3J V— J—1J	R— B—4J V— J—2B	R— B—5J V— J—3B
5	**6**	**7**	**8**	**9**
R— B—6B V— J—4B	R— B—5B V— J—9B	R— B—9J V— J—8B	R— B—7J V— J—0J	R— B—6J V— J—7B

Nous avions construit ce solide, c'était un anneau, mais ce n'était pas la planète BOEMI.

On s'était trompé !!!!!!

En effet, en parcourant la version papier en même temps que la version sur le programme EXPLOSURF, il arrive que l'on soit sur le même numéro de case et que les boussoles ne soient pas orientées dans le même sens.

On a alors réfléchi à un nouveau tableau qui permette de savoir si on est le « dessus » d'une case ou le « dessous ».

Pour cela, on décide de noter avec une étoile (*) les cases où la boussole est orientée dans le sens **Rouge-Jaune-Vert-Bleu** lorsqu'on tourne dans le sens des aiguilles d'une montre.

On a donc recommencé un autre tableau pour BOEMI qui est notre première planète non orientée dans la liste de notre chercheur.

On prévoit deux fois plus de cases, celles sans étoile et celles avec une étoile (*), mais on n'est pas sûr qu'elles soient toutes utilisées.

D'après EXPLOSURF, en remplissant le tableau de données de la planète BOEMI, on se rend compte que toutes les cases avec ou sans étoile sont toutes complétées.

0	1	2	3	4
R— B—1B V— J—8*J	R— B—0B V— J—2J	R— B—3J V— J—1J	R— B—4J V— J—2B	R— B—5J V— J—3B
5	**6**	**7**	**8**	**9**
R— B—6*B V— J—4B	R— B—5*B V— J—9*B	R— B—9J V— J—8B	R— B—7J V— J—0*J	R— B—6*J V— J—7B

Toutes les cases sont remplies.

Les 10 nouvelles cases avec l'autre orientation

0*	1*	2*	3*	4*
R— J—8J V— B—1*B	R— J—2*J V— B—0*J	R— J—1*J V— B—3*J	R— J—2*B V— B—4*J	R— J—3*B V— B—5*J
5*	**6***	**7***	**8***	**9***
R— J—4*B V— B—6B	R— J—9B V— B—5B	R— J—8*B V— B—9J	R— J—0J V— B—7*J	R— J—7*B V— B—6J

Pour chaque case, on peut visiter le « dessus » et le « dessous »

Toutes les cases étant remplies, (chaque arête a une voisine ou bien est un bord), on a donc exploré entièrement la planète BOEMI et cette fois, c'est JUSTE!!!! Et nous l'avons alors construite.

Ce solide est un anneau de Moebius.
Au bout de 10 déplacements, on se retrouve de l'autre côté de la case où on était. Pour chaque case, on peut visiter le « dessus » ou le « dessous ».

On a trouvé une nouvelle manière de différencier les planètes :

-celles qui ont une seule orientation, on les appelle des <u>planètes orientées</u>

-celles où <u>pour chaque case,</u> les deux orientations cohabitent, on les appelle des <u>planètes non orientées</u>.

Les deux anneaux de Moebius, BOEMI et VIVO.

La planète VIVO est notre 2e planète non orientée.

Tableau de données avec les cases (*) de VIVO

La planète VIVO est aussi un anneau de Moebius, un peu plus large.

Nous avons alors complété le gros tableau d'ERLEN avec ses cases étoile (*), il y a en tout 56 cases.

Sur les conseils de notre chercheur, nous avons

construit les cases de la planète ERLEN sur du plastique transparent. (cases carrées de 20cm x 20cm).
Mais on rencontre encore un problème pour finir de coller les cases entre elles.

On obtient une sorte de gros tube mais les deux extrémités ne se recollent pas entre elles.

On a beau tordre le tube dans tous les sens, il reste toujours une dernière case qui ne se colle pas comme l'indique le tableau de données.

On a donc appelé notre chercheur Vincent à notre secours !!!
Il nous a proposé de faire un trou dans notre tube pour y faire passer une extrémité et retourner le tube comme une chaussette.

Source wikipédia

C'est ce que nous avons fait.

Et SURPRISE !!! Le collage de toutes les cases est possible en respectant bien le tableau de données avec ses cases (*).
Notre solide existe bien et en plus il porte un nom, il s'agit de l'objet que l'on appelle la bouteille de KLEIN.

Elle n'est pas facile à faire, il faut la réaliser dans un matériau assez souple et résistant, le papier ne s'y prête pas bien.

En mathématiques, la bouteille de Klein est une surface fermée, sans bord et non orientée, c'est une surface pour laquelle il n'est pas possible de définir un « intérieur » et un « extérieur ».

Source wikipédia

La bouteille de Klein a été décrite pour la première fois en 1882 par le mathématicien allemand Félix Klein.

Pour l'anecdote, en fait ce n'est pas vraiment une bouteille, il s'agit en réalité de la ***surface de Klein***.
C'est parce qu'un traducteur allemand a quelque peu cafouillé, en traduisant *Kleinsche Fläsche* par *Bouteille de Klein*.
Alors que les germanophones auront bien sûr traduit correctement sans confondre le mot ***Fläsche*** qui signifie ***surface***, avec le mot ***Flasche,*** qui signifie ***bouteille*** !!!
La traduction erronée de bouteille s'est imposée, car il est vrai que la surface de Klein ressemble un peu à une bouteille.

L'**Astéroïde** IBEX est aussi une bouteille de Klein, elle ne comporte qu'une seule case.
L'**Astéroïde** PLOX est un tore qui ne comporte aussi qu'une seule case.
Il faut aussi les réaliser dans un matériau assez souple et résistant, le papier ne s'y prête pas bien.

Dans EXPLOSURF, il y a encore une planète du niveau **Expédition** non explorée, la planète XARTAXUTL, nous n'avons pas réussi à la construire. Il en est de même pour l'**astéroïde** TLUX.
(5)

D – EPISODE 3

Notre mission, pour des planètes sans bords et orientées, est de répondre à ces questions :
<u>Sans construire la planète</u>, peut-on connaître sa forme?
Est-ce une boule?

Dans les épisodes 1 et 2, on a vu qu'il y avait des surfaces avec ou sans bords et que les boussoles sur les cases permettaient de savoir si les surfaces étaient orientées ou non.
Dans cet épisode, non allons étudier exclusivement des <u>surfaces sans bords et orientées</u>.
En fait, dans cet épisode, les planètes sont des polyèdres dont toutes les faces sont des carrés.
Il s'agit des planètes BULO, FERA, LIKO, TUNTU, MANI, BUGNE, CARNAVAL et KOOLA.

Dans le sujet de recherche que notre chercheur Vincent nous a proposé l'année dernière, nous avions découvert l'existence de **la caractéristique d'Euler d'un polyèdre**.

On a pensé à réutiliser ces observations et nous allons vous expliquer ce que nous avions trouvé l'an dernier.

Dans un premier temps, sur beaucoup de **<u>ballons de baudruche</u>**, nous avons dessiné au feutre des points représentant les sommets d'un polyèdre. Puis nous avons relié ces points entre eux pour matérialiser les arêtes du polyèdre et pour délimiter des surfaces fermées représentant les faces du polyèdre.
Nous avons alors compté le nombre de faces (**F**), de sommets (**S**) et d'arêtes (**A**).
Nous avons constaté qu'indépendamment des sommets, arêtes et faces choisis sur les ballons on avait :

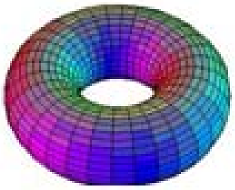
<u>F + S – A = 2</u>

La caractéristique d'Euler
F + S – A est égale à 2
pour un polyèdre sans trou.

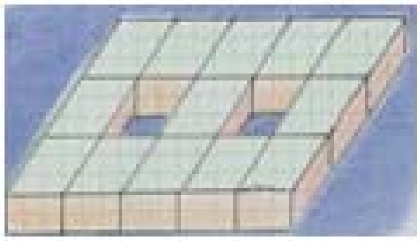
Nous avons alors fait de même sur des **<u>anneaux</u>** et constaté qu'à chaque fois :

<u>F + S – A = 0</u>

La caractéristique d'Euler F + S – A est égale à 0 pour un polyèdre ayant un seul trou.



Avec des cubes accolés nous avons construit **<u>des polyèdres avec deux tous</u>** et constaté qu'alors **la caractéristique d'Euler F + S – A est égale à (– 2).**



On supposera donc que dans un polyèdre, la caractéristique d'Euler F + S – A vaut :
2 pour un polyèdre sans trou
0 pour un polyèdre avec un trou
(– 2) pour un polyèdre avec deux tous.

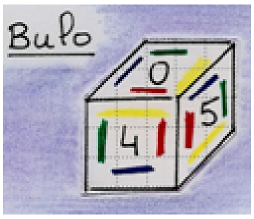
(6)

En partant d'un tableau de données d'une planète, on connait son nombre de faces **F.**

On peut en déduire son nombre d'arêtes **A** facilement, car chaque face a 4 arêtes et chaque arête est commune à deux faces.
On a donc : **A = (4 x F) : 2 = 2 x F**

Par exemple, d'après le tableau de la planète BULO, on compte 6 faces, il y a donc 6 x 2 = 12 arêtes.

En effet, après voir construit BULO, on voit que c'est un cube, il a 6 faces et 12 arêtes.



On a bien :
F = 6 et A = 12

On sait donc d'après les tableaux de données trouver le nombre de faces et compter le nombre d'arêtes.

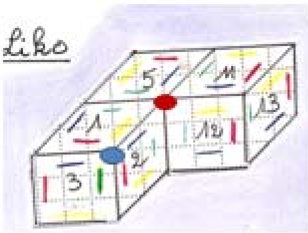
Notre problème désormais est <u>de savoir compter le nombre de sommets</u> d'une planète à partir d'EXPLOSURF.

Toujours sur l'exemple de BULO, on compte 4 sommets par faces, il y a 6 faces et un sommet est commun à 3 faces.
Le nombre de sommets est donc S = (6 x 4) : 3 = 8
Cet exemple est simple, car il y a 3 faces autour de chacun des sommets.

Mais pour nos planètes, il peut y avoir 3, 4, 5, 6 et plus encore de faces autour d'un seul sommet.
Et ce nombre peut changer d'un sommet à l'autre d'une même planète.
Comment faire alors ?

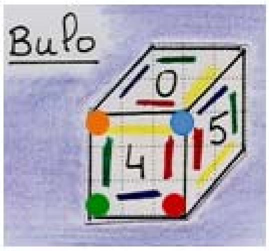
Il nous faut trouver une méthode pour compter le nombre de faces autour d'un sommet d'après le programme EXPLOSURF.

On a remarqué que sur la planète LIKO :



• Pour compter le nombre de faces autour du sommet Bleu, si on est sur la face 1 par exemple et si on tourne autour du sommet Bleu en allant sur les faces 3 puis 2 et on retombe sur la face 1. Le sommet Bleu est donc commun à 3 faces.
• Pour compter le nombre de faces autour du sommet Rouge, si on est sur la face 12 par exemple, et si on tourner autour du sommet Rouge en allant sur les faces 11 puis 5, 1, 2 et on retombe sur la face 12. Le sommet Rouge est donc commun à 5 faces.
On applique cette méthode dans EXPLOSURF.
C'est-à-dire, sur une face, pour tourner autour d'un sommet, on va cliquer **dans l'ordre** sur les flèches **Droite-Haut-Gauche-Bas-Droite-Haut-Gauche-Bas etc. mais en ne démarrant pas toujours pareil** jusqu'à ce qu'on se retrouve sur la face d'où on a démarré.

En effet, par exemple si on est sur la face 4 de BULO, on a remarqué que :

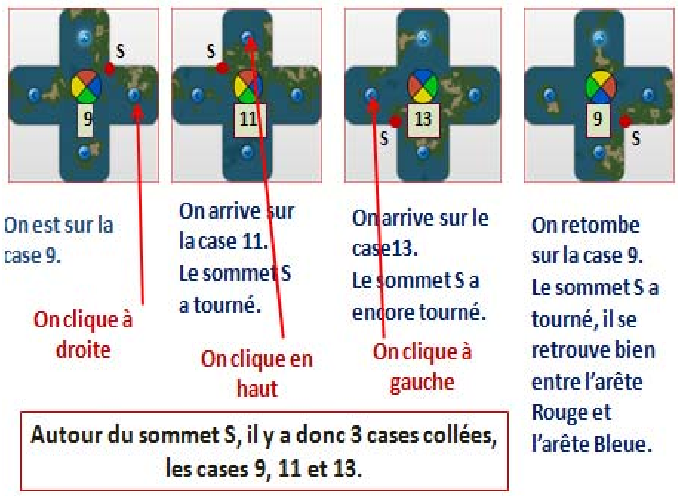


• Pour tourner autour du sommet Bleu, il faut cliquer dans l'ordre sur les flèches **Droite-Haut-Gauche** et on se retrouve sur la face 4.
• Pour tourner autour du sommet Rouge, il faut cliquer dans l'ordre sur les flèches **Bas-Droite-Haut** et on se retrouve sur la face 4
• De même pour le sommet Vert, il faut commencer par la **Gauche**
• Et pour le sommet Orange, il faut commencer par le **Haut**

A chaque fois, on se retrouve sur la face 4 au bout de 3 déplacements, donc à chaque sommet de la face 4 de la planète BULO, on compte 3 faces.

On a vu que pour compter le nombre de faces qui forment un sommet, il faut tourner autour de ce sommet.

Ce qui donne dans EXPLOSURF, pour la planète LIKO, pour trouver le nombre de faces qui forment le sommet S entre l'arête Rouge et l'arête Bleue de la case 9 :



• En cliquant sur la flèche de **droite**, on arrive sur la face 11 et le sommet S est alors en haut à gauche de la face 11.

• En cliquant sur la flèche du **haut,** on arrive sur la face 13 et le sommet S est alors en bas à gauche.

• En cliquant sur la flèche de **gauche,** on arrive de nouveau sur la face 9, le sommet S entre l'arête Rouge et l'arête Bleue est en bas à gauche.

Donc autour du sommet S, il y a 3 faces, les faces 9, 11 et 13.

On fait de même à chaque sommet de chaque case.
On tourne autour et lorsque l'on retombe sur la case du départ, c'est que l'on a fait un tour complet.
On peut alors compter le nombre de cases à chaque sommet de chaque case.

On décide alors de changer notre tableau de données.

Par exemple pour la case 9 de la planète LIKO, on note :

3	13R	3
10B	9	11J
4	8V	4

• Au centre, on retrouve le numéro 9 de la case avec la couleur de chaque arête comme sur la boussole **R**ouge, **B**leue, **V**erte et **J**aune.

• Pour la construction, on indique quelles sont les arêtes des autres cases qui sont collées à la case 9.
Par exemple : L'arête Bleue de la case 9 est collée à l'arête Jaune de la case 11.

• Dans chaque coin, on indique le nombre de cases qui forment le sommet.
Par exemple : Il y a 4 cases au sommet de l'arête Bleue et l'arête Verte de la case 9.

On fait ce petit travail pour chaque case d'une planète et on obtient alors son nouveau tableau de données.

Nous avons complété à l'aide d'EXPLOSURF le nouveau tableau de données de la planète TUNTU.

Il y a 18 cases numérotées de 0 à 17, donc la planète TUNTU a 18 faces. **F = 18**
Il y a le double d'arêtes, il y a donc 36 arêtes. **A = 36**

• On compte 39 coins de face (ronds bleus) avec un 3 qui correspondent à des sommets où 3 faces sont accolées.
Dans ce cas, un sommet est commun à 3 faces.
39 : 3 = 13
Il y a **13 sommets formés par 3 faces.**

•De même on compte 12 coins de face (ronds rouges) avec un 4 qui correspondent à des sommets où 4 faces sont accolées.
Dans ce cas, un sommet est commun à 4 faces.
12 : 4 = 3
Il y a **3 sommets formés par 4 faces**.

De même, on compte :

• 15 coins de face avec un 5. 15 : 5 = 3

Il y a 3 sommets formés par 5 faces

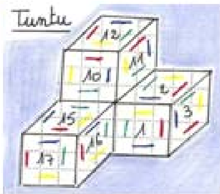
• 6 coins de face avec un 6. 6 : 6 = 1

Il y a 1 sommet formé par 6 faces

Le nombre de sommet S est égal à
13 + 3 + 3 + 1 = 20
Il y a 20 sommets pour la planète TUNTU. **S = 20**

Donc pour la planète TUNTU :
F = 18, A = 36 et S = 20
La caractéristique d'Euler F + S – A est alors égale à 18 + 20 – 36 = 2
On peut donc dire que la planète TUNTU est un polyèdre sans trou.

Nous avions construit la planète TUNTU.
On peut vérifier tous nos calculs du nombre d'arêtes et de sommets.

Et c'est bien un polyèdre sans trou.

Si la planète TUNTU avait été réalisée dans une matière plastique, on aurait pu la déformer et en la gonflant, obtenir une boule.
On peut aussi dessiner sur un ballon de baudruche les sommets et arêtes qui correspondent exactement à la planète TUNTU.
On peut dire que cette planète est assimilable à une boule.

A l'aide du nouveau tableau de données de la planète CARNAVAL, en procédant comme précédemment, on obtient :
F = 32 A = 64
S = 32 et F + S – A = 32 + 32 – 64 = 0
La caractéristique d'Euler est égale à 0.
La planète CARNAVAL est une planète avec un seul trou.

Nous avions construit la planète CARNAVAL.

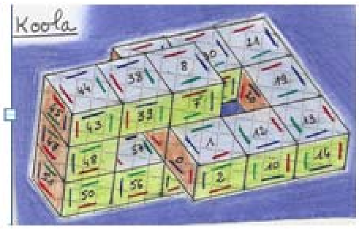
C'est bien un polyèdre qui a un seul trou.

Si la planète CARNAVAL avait été réalisée dans une matière plastique, on aurait pu la déformer et en la gonflant, obtenir un tore.
On peut aussi dessiner sur un anneau les sommets et arêtes qui correspondent exactement à CARNAVAL.
On peut dire que cette planète est assimilable à un tore.

De même on a écrit le nouveau tableau de données de la planète KOOLA.
On ne vous le proposera pas ici car il est trop long, il y a en effet 58 cases.

Pour la planète KOOLA, on a compté d'après notre nouveau tableau de données :
$F = 58$ $A = 116$
$S = 56$ et $F + S - A = 58 + 6 - 116 = -2$
La caractéristique d'Euler est égale à (-2).
KOOLA est donc une planète qui a deux trous.

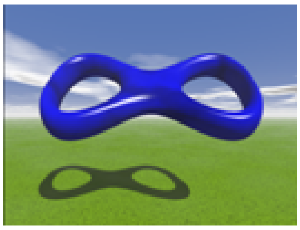
Nous avions construit la planète KOOLA.



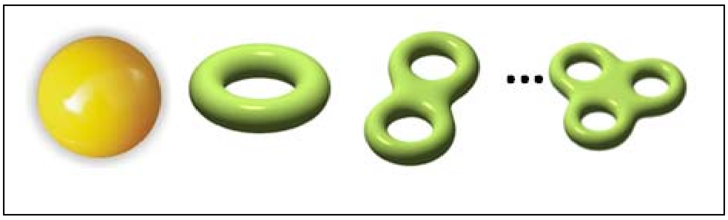
C'est bien un polyèdre qui a deux trous.

La planète KOOLA peut être assimilée à la surface à deux trous ci-dessous.

Surface à deux trous



En conclusion, avec notre nouveau tableau de données des surfaces sans bords et orientées, on peut déterminer sa nature sans la construire, à savoir si elles ont
-aucun trou
-un, deux,… trous et plus encore….



Les planètes construites confirment nos résultats.

MANI :
$F + S - A = 2$
aucun trou

CARNAVAL :
$F + S - A = 0$
un seul trou

KOOLA :
$F + S - A = -2$
deux trous

Voici quelques unes des planètes sans bords et orientées construites, sans trou ou avec 1 ou 2 trous.

Notre chercheur nous a alors proposé d'inventer une nouvelle planète.
Nous lui avons décrit la planète GINKO qui serait un cube avec des tous dans chacune de ses faces.
Notre chercheur a alors programmé cette nouvelle planète dans EXPLOSURF.
Nous avons établi le premier tableau de données, puis

nous l'avons construite, elle correspond bien à la description que nous avons donné à notre chercheur.

On s'est alors posé la question suivante :
Quel est le nombre de trous de cette planète ?

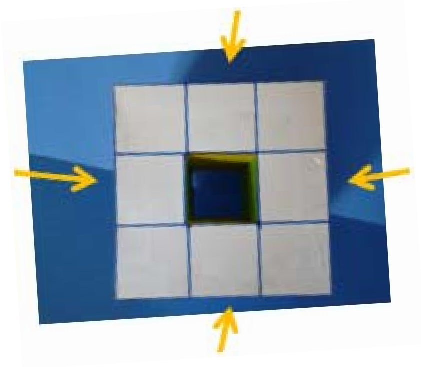
Nous avons constaté que chaque fois que l'on faisait un trou dans une surface, sa caractéristique d'Euler diminuait de 2.
Lorsque l'on perce un trou dans une surface, si on enlève des faces, on ne doit pas faire de bords, il faut donc rajouter d'autres faces.

Pour vous montrer cela, nous sommes partis du solide ci-dessous, sans trou, assimilable à une boule pour laquelle la caractéristique d'Euler
F + S – A est égale à 2.

On perce un trou dans cette surface, on obtient un solide assimilable à un tore.

Pour cela, on a enlevé 2 faces et on en a ajouté 4.
Il y a donc en tout, 2 faces en plus.
Il y a le même nombre de sommet.
Il y a 4 arêtes en plus.
En rajoutant 2 faces et en enlevant 4 arêtes à la caractéristique d'Euler, cela revient à la diminuer de 2
La caractéristique d'Euler F + S – A est alors égale à 0.

Dans ce solide à un trou obtenu, sur chacune des 4 faces extérieures non encore trouées, on perce un trou. On perce donc 4 nouveaux trous.



Pour chaque nouveau trou en raisonnant comme auparavant, la caractéristique d'Euler diminue de 2.
La caractéristique d'Euler diminue donc de 4 x 2.
Pour cette planète GINKO, on a donc la caractéristique d'Euler égale à (– 8).

Nous avons vérifié ce résultat.
A l'aide d'EXPLOSURF, nous avons établi le nouveau tableau de données de la planète GINKO avec les nombres de cases communes à chaque sommet.
D'après ce tableau, on a compté :
72 Faces
144 Arêtes et 64 Sommets
La caractéristique d'Euler F + S – A est égale à
72 + 64 – 144 = – 8

La planète GINKO a 5 trous.

En conclusion, nous pensons avoir répondu aux principales questions qui nous ont été posées sur EXPLOSUF par notre chercheur.
Mais si nous avions eu davantage de temps, nous aurions pu encore dans l'épisode 1 essayer de programmer un algorithme pour calculer la longueur du plus court chemin d'une case « i » à une case « j » d'une planète et déterminer ce chemin le plus court. Pour le déplacement de la girafe Warda à son arbre sur la planète DEDALE, on pourrait peut-être envisager de mettre dans EXPLOSURF des « pancartes » indiquant le plus court chemin une fois celui-ci trouvé.
Dans l'épisode 2, nous n'avons pas étudié la planète XARTAXULT et l'astéroïde TLUX. Nous ne savons pas si ces planètes sont constructibles. Ce sont des surfaces non orientées qui ne sont ni des anneaux de Moebius ni des surfaces de Klein.
Dans l'épisode 3, une fois la planète GINKO inventée, chaque élève aurait voulu encore inventer sa propre planète…

Nous remercions chaleureusement notre chercheur Vincent pour son sujet qui nous a passionnés et nous a tenus en haleine tout au long de l'année. Son aide, sa présence et ses encouragements ont été précieux.

Nous remercions également le Conseil Général de Meurthe et Moselle ainsi que la mairie de Villers les Nancy.
Leur soutien financier, nous a permis de participer au 23e congrès de Math en Jeans à LILLE du 30 mars au 1er avril 2012. Ce congrès est un véritable temps fort de ce projet. Nous avons pu exposer notre sujet et découvrir des sujets d'une cinquantaine d'ateliers Math en Jeans du Nord, de la partie Est de la France et de Belgique. Il a rassemblé plus de 700 jeunes collégiens et lycéens en présence de chercheurs, d'étudiants, d'universitaires et de visiteurs des établissements scolaires voisins.

Photo du groupe à notre stand au congrès de LILLE
(mars 2012)

(mars 2012)

Exposé dans le grand amphithéâtre à LILLE

Notes d'édition

(1) La case de départ est choisie aléatoirement par Explosurf. Pour le sens, voir la note suivante.

(2) Comme on le verra dans la suite, ces boussoles ne sont pas placées au hasard mais leur orientation est imprévisible pour l'explorateur qui découvre la planète.

(3) Les « arêtes » d'une case correspondent à ses côtés : elles permettent d'aller vers une case voisine.

(4) La planète DEDALE n'a-t-elle pas vraiment de « trou » ? Sans définition de ce qu'on appelle « trou », on conseille au lecteur de rester prudent.

(5) Même avec un matériau élastique souple et résistant, la réalisation de la bouteille de Klein dans notre espace usuel suppose d'opérer une déchirure.

(6) Dans la suite de l'article il est admis que la «forme» d'une «planète» (ici un polyèdre sans bord et orienté) est entièrement déterminée par sa caractéristique d'Euler : tout polyèdre sans trou est déformable en une boule, tout polyèdre à un trou est déformable en un tore, etc. Il s'agit d'un théorème général appelé «*théorème de classification des surfaces compactes*.» >