

# DISPOSER DES COUPLES

Année 2018-2019

Recherches réalisées par **Estelle LALLAIN** et **Lorette BOURGEOIS**, élèves de 3ème.

Encadrées par **Manuel CHAMPION**, professeur de mathématiques.

Etablissement : **Collège Fernand Puech** – LAVAL (53)

Chercheurs : **François DUCROT** et **Théo JAMIN** de l'université d'Angers.

## EXPLICATION DU SUJET

Notre problème parle de 5 couples constitués d'hommes et de femmes se rendant à une soirée dansante. A chaque musique les 10 personnes changeront simultanément de partenaire.

Les contraintes sont les suivantes :

- Deux hommes ne peuvent pas danser ensemble. Ni deux femmes.
- Un homme ne danse pas avec sa femme.

***En prenant compte ces remarques, combien de danses pourront-ils faire ?***

## NOS RECHERCHES ET RESULTATS

Nous avons travaillé la représentation de notre problème à l'aide d'un tableau à double entrée, en nous appuyant sur une notation diminuée : F1 - H2 pour Femme 1 et Homme 2.

Nous avons obtenu qu'il y avait 44 musiques, et donc de danses possibles.

### I/ POUR 3 COUPLES

Avec cette notation, et pour simplifier l'approche mathématique du problème, nous avons commencé nos recherches à partir de 3 couples.

Afin d'obtenir le nombre de danses possibles, nous avons fait en sorte que les femmes ne changent pas de place puis cherché les différentes possibilités de partenaires masculins.

Nous avons écrit tous les cas possibles, c'est-à-dire sans contrainte, puis nous avons éliminé les cas ne répondant pas aux contraintes (ici, un homme avec sa femme, l'autre contrainte étant d'elle-même éliminée).

Les cas impossibles de par la contrainte sont indiqués en **ROUGE** dans le tableau suivant :

F	1	2	3
H	1	2	3
H	1	3	2
H	2	3	1
H	2	1	3
H	3	1	2
H	3	2	1

Il nous reste alors 2 possibilités avec 3 couples.

**F1-H2; F2-H3; F3-H1**  
**et**  
**F1-H3; F2-H1; F3-H2**

Ayant obtenu des résultats par cette méthode, nous avons procédé de la même façon pour 4 couples.

## II/ POUR 4 COUPLES

Pour ce tableau, il y a beaucoup plus de couples possibles, sans les contraintes. Nous avons donc bloqué le couple F1-H2, puisque F1-H1 n'est pas possible.

Voici le tableau obtenu :

F	1	2	3	4
H	2	1	3	4
H	2	1	4	3
H	2	3	1	4
H	2	3	4	1
H	2	4	3	1
H	2	4	1	3

On remarque qu'il y a alors 3 cas possibles respectant les contraintes :

**F1-H2; F2-H1; F3-H4; F4-H3**  
**F1-H2; F2-H3; F3-H4; F4-H1**  
**et**  
**F1-H2; F2-H4; F3-H1; F4-H3**

Nous aurions le même résultat si nous avions bloqué les couples F1-H3 et F1-H4.

Il y a donc au total 3 x 3 possibilités, soit 9 possibilités.

## III/ POUR 5 COUPLES (réponse à la question initiale)

➤ Si on fixe F1-H2 :

Alors F2 ne peut donc danser qu'avec H1, H3, H4 ou H5. On obtient alors :

F	1	2	3	4	5
H	2	1	4	5	3
H	2	1	5	3	4
H	2	3	4	5	1
H	2	3	5	1	4
H	2	3	1	5	4
H	2	4	1	5	3
H	2	4	5	1	3
H	2	4	5	3	1
H	2	5	1	3	4
H	2	5	5	1	3
H	2	5	5	3	1

Dans le tableau, on a uniquement écrit les cas possibles.

- F2-H1 donne 2 possibilités.
- F2-H3 donne 3 possibilités
- Idem pour F2-H4 et F2-H5

**Il y a donc 11 possibilités.**

➤ **Si on fixe F1-H3**

Alors F2 ne peut pas danser qu'avec H1, H4 ou H5 (F2-H2 étant interdit).

F	1	2	3	4	5
H	3	1	2	5	4
H	3	1	5	2	4
H	3	1	4	5	2
H	3	4	1	5	2
H	3	4	2	5	1
H	3	4	5	1	2
H	3	4	5	2	1
H	3	5	1	2	4
H	3	5	2	1	4
H	3	5	4	1	2
H	3	5	4	2	1

- F2-H1 donne 3 possibilités.
- F2-H4 donne 4 possibilités.
- F2-H5 donne également 4 possibilités.

Soit **11 musiques possibles.**

Les cas F1-H3, F1-H4, F1-H5 sont identiques.

Il y a alors **33 musiques possibles.**

**AU TOTAL : 44 musiques possibles pour 5 couples.**

**REMARQUE :**

*La suite de ces recherches a été rédigée par les élèves du lycée Douanier Rousseau de Laval. Elles portent sur une question similaire, pour 5 couples assis autour d'une table ronde. Puis une généralisation à n couples a été proposée.*