Des multiplications à la ronde !!!

Année 2014- 2015

Elèves de 6ème :
DEMANGE Lyla – GARDEUX Mélanie – ROBERT Juliette – SCHWAN Zoé – SIGNORELLI Lucas

Elèves de 5ème :
CARTERET Gabriel – LANOY Gautier – MARTIN Clara – THEILLIOL Achille – WOLTRAGER Thomas

Collège George GHEPFER – Villers-Lès-Nancy

Enseignantes : Mme HIRIART

Chercheuse : Anne DE ROTON – Institut Elie Cartan de Lorraine

Sujet :

▪ **On choisit deux entiers a et b positifs et plus petits que 10.**
▪ On considère la suite des nombres : {a , b , a×b , b×(a×b) , ...}
Chaque nombre de cette suite est le produit des deux entiers qui le précèdent.
▪ On écrit la suite ordonnée des chiffres des unités de tous les nombres de cette suite.

Par exemple, si on choisit 3 et 7 au départ :
▪ On considère la suite des produits :
{3 ; 7 ; 3×7 = **21** ; 7×21 = **147** ; 21×147 = **3 087** ; ……}
▪ Puis la suite ordonnée des chiffres des unités :
{3 ; 7 ; 1 ; 7 ; 7 ; …….}

{ 3 ; 7 ; 1 ......}

▪ Pour différents entiers a et b positifs et inférieurs à 10 choisis au départ, on étudie ces suites de chiffres.
▪ L'étude de ces suites de chiffres nous a réservé bien des surprises !
Nous montrerons pourquoi.

Sommaire :

1°) Remarques importantes :

•

$$\begin{array}{r} 756 \\ \times \quad 32 \\ \hline 1512 \\ +\ 22680 \\ \hline 2 \end{array}$$

Pour trouver le chiffre des unités d'un produit de deux entiers, il suffit de multiplier leurs deux chiffres des unités.

Par exemple dans la multiplication ci-contre de 756 par 32, le chiffre des unités est celui de 2×6, c'est-à-dire 2.
Cela va donc être plus rapide pour obtenir la suite des chiffres des unités des produits, sans les calculer.

Ainsi, si on choisit 3 et 7 au départ, on aura directement la suite des chiffres des unités :
{3 ; 7 ; 1 ; 7 ; 7 ; 9 ; 3 ; 7 ; 1 ; …….}
Puisque :
• 3×7 = 21 se termine par 1
• 7 fois un entier qui se termine par 1, se termine par 7 (7×1 = 7)
• un entier se terminant par 1 multiplié par un entier se terminant par 7 se termine par 7 (7×1 = 7)
• un entier se terminant par 7 multiplié par un entier se terminant par 7 se termine par 9 (7×7 = 49)
• un entier se terminant par 7 multiplié par un entier se terminant par 9 se termine par 3 (7×9= 63)
……et on continue ainsi de suite.

On notera de la manière suivante cette suite :

3 ↔ 7 → 1 → 7 → 7 → 3 → 7 → 1 où ↔ sépare les deux entiers choisis
→ signifie « le chiffre des unités des deux entiers précédents est »

Cette notation sera utilisée tout au long de notre article.

● Si on choisit 3 et 4 au départ, on n'obtient pas la même suite que si on choisit 4 et 3.

3 ↔ 4 → 2 → 8 → 6 → 8 → 8 → 4 → …….

4 ↔ 3 → 2 → 6 → 2 → 2 → 4 → 8 → …….

● On choisit au départ deux entiers positifs inférieurs à 10.
On s'est réparti le travail, car il y a exactement **81 choix possibles** pour ces deux entiers.
- 9 choix pour le premier entier ;
- puis pour chacun d'eux, 9 autres choix pour le deuxième entier, comme sur le tableau ci-dessous :

1↔1	2↔1	3↔1	4↔1	5↔1	6↔1	7↔1	8↔1	9↔1
1↔2	2↔2	3↔2	4↔2	5↔2	6↔2	7↔2	8↔2	9↔2
1↔3	2↔3	3↔3	4↔3	5↔3	6↔3	7↔3	8↔3	9↔3
1↔4	2↔4	3↔4	4↔4	5↔4	6↔4	7↔4	8↔4	9↔4
1↔5	2↔5	3↔5	4↔5	5↔5	6↔5	7↔5	8↔5	9↔5
1↔6	2↔6	3↔6	4↔6	5↔6	6↔6	7↔6	8↔6	9↔6
1↔7	2↔7	3↔7	4↔7	5↔7	6↔7	7↔7	8↔7	9↔7
1↔8	2↔8	3↔8	4↔8	5↔8	6↔8	7↔8	8↔8	9↔8
1↔9	2↔9	3↔9	4↔9	5↔9	6↔9	7↔9	8↔9	9↔9

Tableau de tous les choix possibles des deux entiers au départ.

Puis on a écrit les suites de chiffres des unités qu'on a obtenues pour chaque choix des deux premiers entiers.

2°) Les résultats :

Voici quelques exemples de suites obtenues :

3 ⟷ 8 → 4 → 2 → 8 → 6 → 8 → 8 → 4 → 2 → 8 → ....

4 ⟷ 9 → 6 → 4 → 4 → 6 → 4 → 4 → 6 → 4 → 4 → ....

2 ⟷ 3 → 6 → 8 → 8 → 4 → 2 → 8 → 6 → 8 → 8 → ....

4 ⟷ 8 → 2 → 6 → 2 → 2 → 4 → 8 → 2 → 6 → 2 → ....

9 ⟷ 7 → 3 → 1 → 3 → 3 → 9 → 7 → 3 → 1 → 3 → ....

1 ⟷ 9 → 9 → 1 → 9 → 9 → 1 → 9 → 9 → 1 → 9 → ....

On remarque des périodes de 6 chiffres ou de 3 chiffres qui démarrent dès le début de la suite ou après le premier ou le deuxième chiffre de la suite. (1)

On a alors mis en commun nos 81 suites d'entiers, et en fonction des périodes trouvées, on a organisé et schématisé nos résultats.

a) Tout d'abord, les cas particuliers de suites d'un même chiffre : Les farandoles

▪ Le choix de 1 et 1 donne une suite de 1. $1\times1 = 1$

1 ⟷ 1 → 1 → 1 → 1 → ....

▪ Les 3 choix de 1 et 6, de 6 et 1 ou de 6 et 6 donnent des suites de 6. $1\times6 = 6\times1 = 6$

$6\times6 = 36$ se termine par 6

1 ⟷ 6 → 6 → 6 → 6 → ....
6 ⟷ 1 → 6 → 6 → 6 → ....
6 ⟷ 6 → 6 → 6 → 6 → ....

▪ Les 8 choix où il y a un entier pair et 5 donnent une suite de 0

2 ⟷ 5 → 0 → 0 → 0 → ....
4 ⟷ 5 → 0 → 0 → 0 → ....
6 ⟷ 5 → 0 → 0 → 0 → ....
8 ⟷ 5 → 0 → 0 → 0 → ....

5 ⟷ 2 → 0 → 0 → 0 → ....
5 ⟷ 4 → 0 → 0 → 0 → ....
5 ⟷ 6 → 0 → 0 → 0 → ....
5 ⟷ 8 → 0 → 0 → 0 → ....

▪ Les 9 choix où il y a un entier impair et 5 donnent une suite de 5 (2)

1 ⟷ 5 → 5 → 5 → 5 → ....
3 ⟷ 5 → 5 → 5 → 5 → ....
5 ⟷ 5 → 5 → 5 → 5 → ....
7 ⟷ 5 → 5 → 5 → 5 → ....
9 ⟷ 5 → 5 → 5 → 5 → ....

5 ⟷ 1 → 5 → 5 → 5 → ....
5 ⟷ 3 → 5 → 5 → 5 → ....
5 ⟷ 7 → 5 → 5 → 5 → ....
5 ⟷ 9 → 5 → 5 → 5 → ....

Pour ces suites d'un même chiffre, il y a 21 choix différents pour les deux premiers entiers choisis au départ.

b) Cas des suites obtenues en choisissant deux entiers impairs :

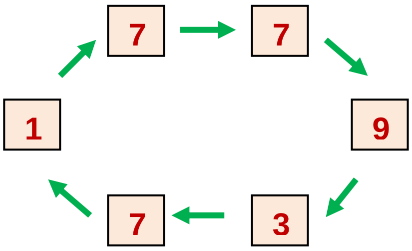
(sauf le choix de 1 et 1 qui donne une suite de 1 et les choix où il y a 5 qui donnent une suite de 5)

▪Tout d'abord, en regardant les tables de multiplication, on a pu confirmer que le produit de deux entiers impairs était un entier impair.

▪ On a choisi 1 et 7 au départ et on a obtenu la suite de chiffres impairs:

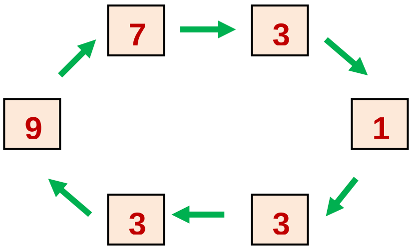
1 ⟷ 7 → 7 → 9 → 3 → 7 → 1 → 7 → 7 → ....

On constate la période de 6 chiffres, une boucle se forme et on a schématisé cela par la ronde ci-dessous.



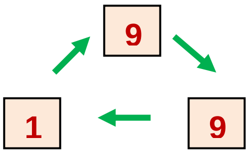
▪ Si on choisit par exemple 9 et 3 au départ, on obtient exactement la même boucle.
Cette boucle correspond donc à **6 choix différents d'entiers impairs au départ** : les choix de 1et 7, de 7 et 7, de 7 et 9, de 9 et 3, de 3 et 7 ou de 7 et 1.

▪ De même, on obtient une autre boucle de 6 chiffres en choisissant par exemple 9 et 7.



▪ Cette boucle correspond aussi à **6 choix différents d'entiers impairs au départ** : les choix de 9 et 7, de 7 et 3, de 3 et 1, de 1 et 3, de 3 et 3 ou de 3 et 9.

▪ Par contre, si on choisit 1 et 9, on obtient une boucle de 3 chiffres seulement.



▪ Cette boucle correspond à **3 autres choix différents d'entiers impairs au départ** : les choix de 1 et 9, de 9 et 9 ou de 9 et 1.

▪ On a obtenu finalement 3 rondes de chiffres impairs et elles correspondent à 15 choix différents pour les deux entiers impairs choisis au départ.
En les cochant sur le tableau de tous les choix possibles de la page 2, on constate que tous les couples de deux entiers impairs ont été utilisés et cela une seule fois (sauf 1et 1 et les cas où il y a 5 déjà étudiés et qui aboutissent aux suites de 1 ou de 5)

c) Cas des suites obtenues en choisissant deux entiers pairs :

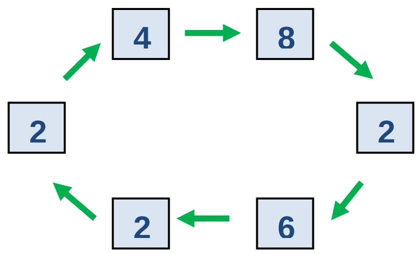
(sauf le choix de 6 et 6 qui donne une suite de 6)

▪ Le produit de deux entiers pairs était un entier pair puisque $(2\times n) \times (2\times m) = 2 \times (2\times n\times m)$

▪ On a choisi 2 et 4 au départ et on a obtenu la suite de chiffres pairs :

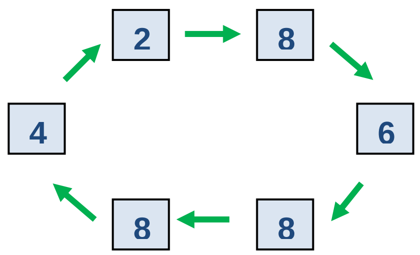
2 ⟷ 4 → 8 → 2 → 6 → 2 → 2 → 4 → 8 → ....

On constate la période de 6 chiffres, une boucle se forme et on a schématisé cela par la ronde ci-dessous.



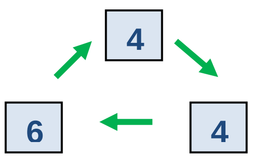
▪ Si on choisit par exemple 8 et 2 au départ, on obtient exactement la même boucle.
Cette boucle correspond donc à **6 choix différents d'entiers pairs au départ** : les choix de 2 et 4, de 4 et 8, de 8 et 2, de 2 et 6, de 6 et 2 ou de 2 et 2.

▪ De même, on obtient une autre boucle de 6 chiffres en choisissant par exemple 4 et 2.



▪ Cette boucle correspond aussi à **6 choix différents d'entiers pairs au départ** : les choix de 4 et 2, de 2 et 8, de 8 et 6, de 6 et 8, de 8 et 8 ou de 8 et 4.

▪ Par contre, si on choisit 6 et 4, on obtient une boucle de 3 chiffres seulement.



▪ Cette boucle correspond à **3 autres choix différents d'entiers pairs au départ** : les choix de 6 et 4, de 4 et 4 ou de 4 et 6.

▪ **On a obtenu finalement 3 rondes de chiffres pairs et elles correspondent à 15 choix différents pour les deux entiers pairs choisis au départ.**
En les cochant sur le tableau de tous les choix possibles de la page 2, on constate que tous les couples de deux entiers pairs ont été utilisés et cela une seule fois (sauf 6 et 6 déjà étudié et qui aboutit à une suite de 6)

d) Cas des suites obtenues en choisissant deux entiers de parités différentes :

(sauf les choix de 1 et 6 ou de 6 et 1 qui donnent des suites de 6 et les cas où il y a 5 qui donnent des suites de 0)

▪ Le produit d'un entier pair par n'importe quel autre entier est en entier pair puisque
$(2\times n) \times k = 2 \times (n\times k)$.
Ainsi si on multiplie un entier impair et un entier pair, on retombe forcément dans une boucle de chiffres pairs.

▪ Par exemple, si on choisit 9 et 8 au départ, on entre dans une suite de chiffres pairs:

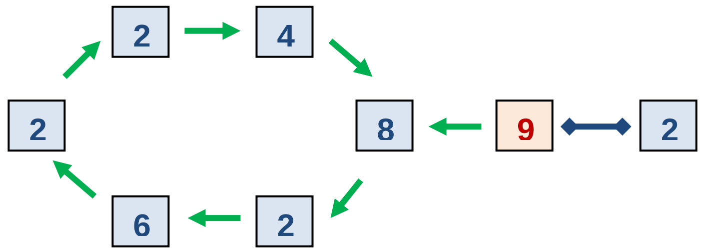
9 ⟷ 8 → 2 → 6 → 2 → 2 → 4 → 8 → 2 →……..

Et en choisissant 2 et 9 au départ et on entre aussi dans cette même suite de chiffres pairs :

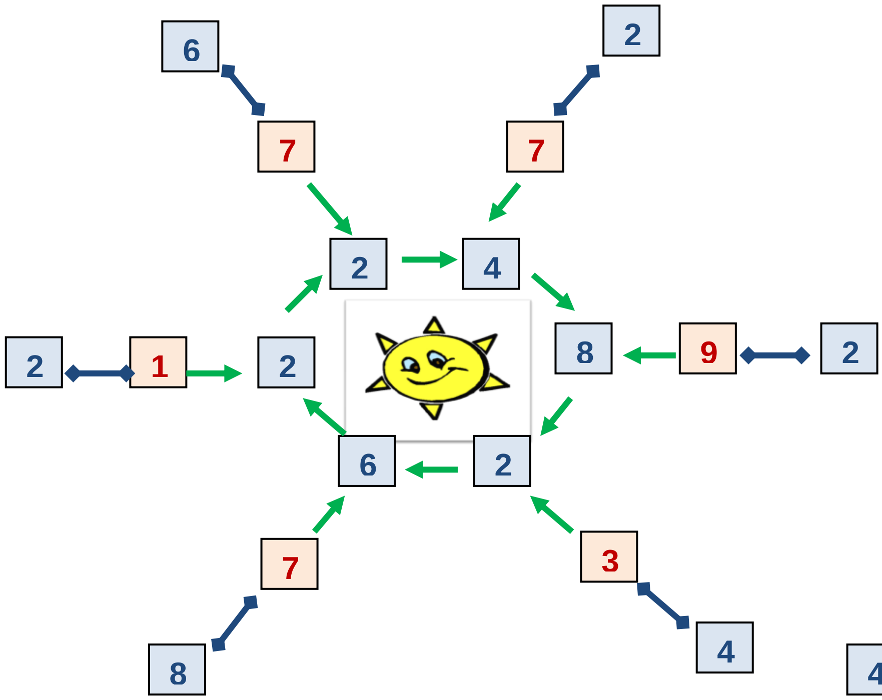
2 ⟷ 9 → 8 → 2 → 6 → 2 → 2 → 4 → 8 →……..

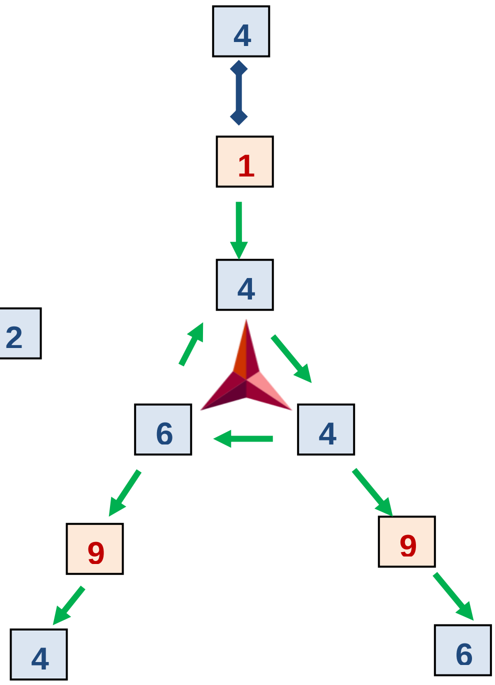
On a donc **2 choix différents d'entiers de parités différentes** pour entrer par le 8 dans la boucle de chiffres pairs : les choix de 9 et 8 ou de 2 et 9.

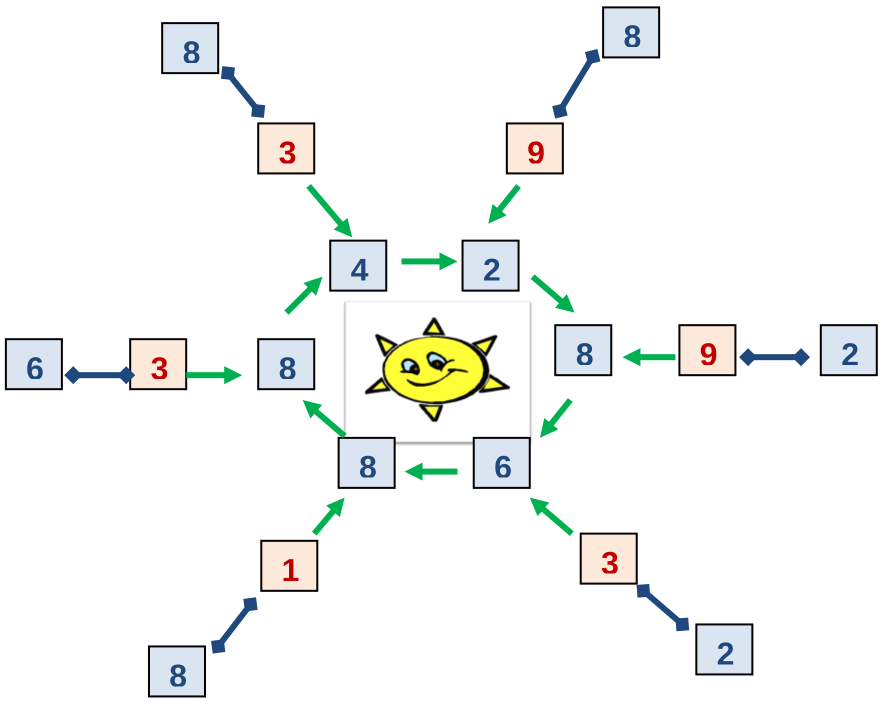
On l’a schématisé ci-dessous :



▪ On a alors repris nos rondes de chiffres pairs et on les a complétées en y rentrant par des choix d’entiers de parités différentes.
On a obtenu deux soleils et une étoile à trois branches.





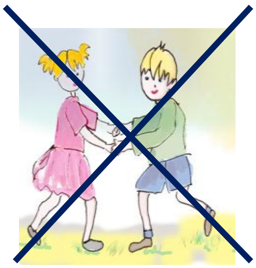


▪ **Il y a 30 nouveaux choix différents de deux entiers de parités différentes pour entrer dans les 3 rondes de chiffres pairs (deux pour chacun des 15 chiffres des 3 rondes de chiffres pairs).**
En les cochant sur le tableau de tous les choix possibles de la page 2, on constate que tous les couples de deux entiers de parités différentes ont été utilisés et cela une seule fois (sauf 1 et 6 ou 6 et 1 qui aboutissent à des suites de 6 et les cas où il y a 5 qui aboutissent à des suites de 0)

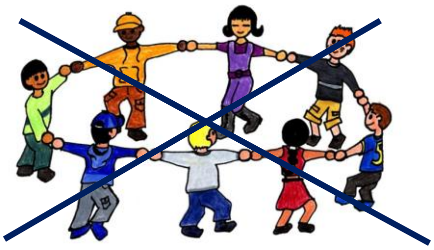
▪ On a épuisé tous les choix différents possibles de deux entiers au départ :
- 21 qui donnent les farandoles de 0, de1, de 5 ou de 6.
- 15 qui donnent les rondes de chiffres impairs
- 15 qui donnent les rondes de chiffres pairs
- 30 choix en plus pour former les deux soleils et l'étoiles à 3 branches

Cela donne les **81 choix possibles** de deux entiers positifs et inférieurs à 10 listés dans le tableau de tous les choix possibles de la page 2.

▪ On n'a pas trouvé de rondes de 2 chiffres seulement, ou de 4 chiffres, ou de 5 chiffres ou encore de plus de 6 chiffres, mais seulement des rondes de 3 chiffres ou de 6 chiffres en excluant les cas particuliers des farandoles et on va montrer pourquoi.








3°) Pourquoi des rondes :

▪ On revient à la suite initiale des entiers où un entier de la suite est le produit des deux entiers qui le précèdent dans la suite.
On a choisi deux entiers notés a et b, positifs et inférieurs à 10 et on obtient la suite d'entiers suivante :
$\{ a \,;\, b \,;\, a\times b \,;\, a\times b^2 \,;\, a^2\times b^3 \,;\, a^3\times b^5 \,;\, a^5\times b^8 \,;\, a^8\times b^{13} \,;\, a^{13}\times b^{21} \,;\, a^{21}\times b^{34} \,;\, \ldots\ldots\ldots \}$

▪ Tous les entiers de la suite étudiée sont des produits de puissances de a et de b. Le chiffre des unités de ces produits sera donc égal au produit des chiffres des unités des puissances de a et b.
On s'est alors intéressé aux chiffres des unités des puissances de 1, 2, 3, ……. , 8 et 9 notamment pour les exposants 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 qui nous intéressent.

Remarque : La suite des exposants 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 ……, où chaque exposant est la somme des deux exposants qui précèdent est la célèbre **suite de Fibonacci**, mathématicien italien du XIIIe siècle.

a) Produit de puissances de deux entiers impairs (sauf 5)

▪ On a dressé des tableaux qui donnent le chiffre des unités des puissances de 1, 3, 7 et 9.

Puissance	1	1^2	1^3	1^4	1^5	1^6
Chiffre des unités	1	1	1	1	1	1

Puissance	3	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6
Chiffre des unités	3	9	7	1	3	9

Puissance	7	7^2	7^3	7^4	7^5	7^6
Chiffre des unités	7	9	3	1	7	9

Puissance	9	9^2	9^3	9^4	9^5	9^6
Chiffre des unités	9	1	9	1	9	1

<u>On constate :</u>

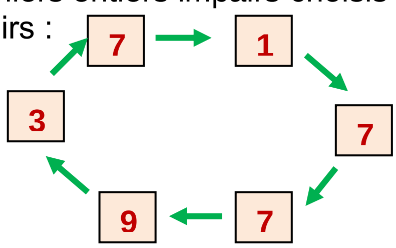
- Les puissances de 1 sont égales à 1
- Des périodes de 4 chiffres pour les puissances de 3 et de 7.
- Une période de deux chiffres pour les puissances de 9.
- Le chiffre des unités des puissances d'exposant 4 sont toutes égales à 1, et donc à cause des périodes, il en sera de même pour les puissances d'exposant 8.
- Toujours à cause des périodes et comme 5 = (1×4) +1, 13 = (3×4) +1 et 21 = (5×4) + 1, une puissance d'exposants 5, 13 ou 21 d'un des 4 entiers impairs sera égale à cet entier impair.
- Comme 34 = (8×4) + 2 et à cause des périodes, la puissance d'exposant 34 d'un de ces 4 entiers impairs sera égale au carré de cet entier.

On a montré le pourquoi des rondes de chiffres impairs sur des exemples numériques.
▪ Par exemple, si on choisit 3 et 7 au départ, la suite des nombres est la suivante :

3
7
3×7 se termine par 1
3×7^2 se termine comme 3×9, donc par 7
$3^2 \times 7^3$ se termine comme 9×3, donc par 7
$3^3 \times 7^5$ se termine comme 7×7, donc par 9
$3^5 \times 7^8$ se termine comme 3×1, donc par 3
$3^8 \times 7^{13}$ se termine comme 1×7, donc par 7

On a vu précédemment que :
• 3^5 se termine par 3
• 7^5 et 7^{13} se termine par 7
• 7^8 et 3^8 se terminent par 1

A un moment, on retrouve les deux premiers entiers impairs choisis et une boucle de 6 chiffres se forme. C'est la ronde des 6 entiers impairs :

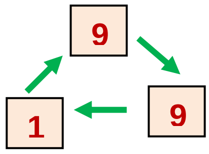


▪ Cas particulier où on choisit 1 et 9 au départ.
La suite des nombres est la suivante :

1
9
1×9 se termine par 9
1×9^2 se termine comme 1×1, donc par 1
$1^2\times9^3$ se termine comme 1×9, donc par 9

On a vu précédemment que :
• les puissances de 1 sont égales à 1
• 9^2 se termine par 1
• 9^3 se termine par 9

On retrouve les deux premiers entiers impairs choisis et une boucle de 3 chiffres se forme.
C'est la ronde des 3 entiers impairs :



▪ En procédant de même, si on choisit 2 entiers impairs positifs et inférieurs à 10 (sauf 1 et 1 ou les cas où il y a 5), on retrouvera toujours une des deux rondes de 6 chiffres impairs ou celle de 3 chiffres impairs.

b) Produit de puissances de deux entiers pairs

▪ On a dressé des tableaux qui donnent le chiffre des unités des puissances de 2, 4, 6 et 8.

Puissance	2	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
Chiffre des unités	2	4	8	6	2	4

Puissance	4	4^2	4^3	4^4	4^5	4^6
Chiffre des unités	4	6	4	6	4	6

Puissance	6	6^2	6^3	6^4	6^5	6^6
Chiffre des unités	6	6	6	6	6	6

Puissance	8	8^2	8^3	8^4	8^5	8^6
Chiffre des unités	8	4	2	6	8	5

<u>**On constate :**</u>

- Les puissances de 6 sont égales à 6
- Des périodes de 4 chiffres pour les puissances de 2 et de 8.
- Une période de deux chiffres pour les puissances de 4.
- Le chiffre des unités des puissances d'exposant 4 sont toutes égales à 6, et donc à cause des périodes, il en sera de même pour les puissances d'exposant 8.

On a aussi remarqué que dans la table de multiplication de 6 :
2×6 se termine par 2
4×6 se termine par 4
6×6 se termine par 6
8×6 se termine par 8
Donc, à cause des périodes et comme 5 = (1×4) +1, 13 = (3×4) +1 et 21 = (5×4) + 1, une puissance d'exposants 5, 13 ou 21 d'un des 4 entiers pairs sera égale à cet entier pair.

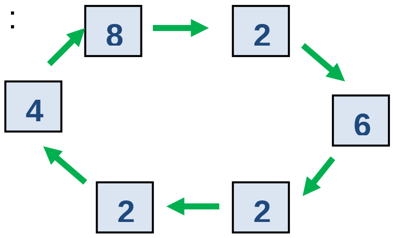
On a montré le pourquoi des rondes de chiffres pairs sur des exemples numériques.

▪ Par exemple, si on choisit 4 et 8 au départ, la suite des nombres est la suivante :

4
8
4×8 se termine par 2
4×8^2 se termine comme 4×4, donc par 6
$4^2\times8^3$ se termine comme 6×2, donc par 2
$4^3\times8^5$ se termine comme 4×8, donc par 2
$4^5\times8^8$ se termine comme 4×6, donc par 4
$4^8\times8^{13}$ se termine comme 6×8, donc par 8

On a vu précédemment que :
- 4^5 se termine par 4
- 8^5 et 8^{13} se terminent par 8
- 4^8 et 8^8 se terminent par 6

A un moment, on retrouve les deux premiers entiers pairs choisis et une boucle de 6 chiffres se forme. C'est la ronde des 6 entiers pairs :

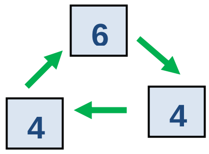


▪ Cas particulier où on choisit 4 et 6 au départ.
La suite des nombres est la suivante :

4
6
4×6 se termine par 4
4×6^2 se termine comme 4×6, donc par 4
$4^2\times6^3$ se termine comme 6×6, donc par 6

On a vu précédemment que :
- les puissances de 6 se terminent par 6
- 9^2 se termine par 1
- 9^3 se termine par 9

On retrouve les deux premiers entiers pairs choisis et une boucle de 3 chiffres se forme.
C'est la ronde des 3 entiers pairs :



▪ En procédant de même, si on choisit 2 entiers pairs positifs et inférieurs à 10 (sauf 6 et 6), on retrouvera toujours une des deux rondes de 6 chiffres pairs ou celle de 3 chiffres pairs.

c) Produit de puissances de deux entiers de parités différentes

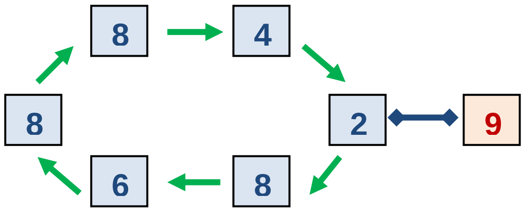
▪ Il s'agit de montrer l'entrée dans une ronde d'entiers pairs par le choix de deux entiers de parités différentes (sauf 1 et 6 ou 6 et 1 ou les cas où il y a 5)
On l'a montré sur des exemples numériques.

▪ Par exemple, on choisit 9 et 2 au départ, un entier impair suivi d'un entier pair.
La suite des nombres est la suivante :

9
2
9×2
9×2^2 se termine comme 9×4, donc par 6
$9^2\times2^3$ se termine comme 1×8, donc par 8
$9^3\times2^5$ se termine comme 9×2, donc par 8
$9^5\times2^8$ se termine comme 9×6, donc par 4
$9^8\times2^{13}$ se termine comme 1×2, donc par 2
$9^{13}\times2^{21}$ se termine comme 9×2

On a vu précédemment que :
- 9^2 et 9^8 se terminent par 1
- 9^3, 9^5 et 9^{13} se terminent par 9
- 2^8 se termine par 6
- 2^5, 2^{13} et 2^{21} se terminent par 2

À un moment, on retrouve 2 et 9×2 et une boucle de 6 chiffres se forme.
On a montré l'entrée dans une ronde de 6 chiffres pairs par le choix de l'entier impair 9 puis de l'entier pair 2.

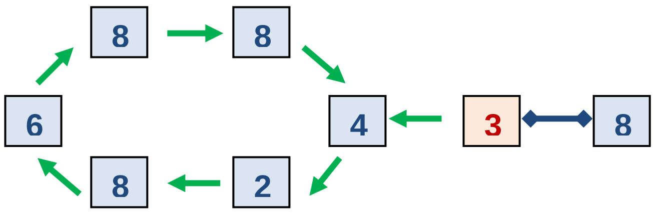


▪ Autre exemple, on choisit 8 et 3 au départ, un entier pair suivi d'un entier impair.
La suite des nombres est la suivante :

8
3
8×3
8×3^2
$8^2\times3^3$ se termine comme 4×7, donc par 8
$8^3\times3^5$ se termine comme 2×3, donc par 6
$8^5\times3^8$ se termine comme 8×1, donc par 8
$8^8\times3^{13}$ se termine comme 6×3, donc par 8
$8^{13}\times3^{21}$ se termine comme 8×3
$8^{21}\times3^{34}$ se termine comme 8×3^2

On a vu précédemment que :
- 8^3 se termine par 2
- 8^5 , 8^{13} et 8^{21} se terminent par 8
- 8^8 se termine par 6
- 3^3 se termine par 7
- 3^8 se termine par 1
- 3^5, 3^{13} et 3^{21} se terminent par 3
- 3^{34} se termine comme 3^2

À un moment, on retrouve 8×3 et 8×3^2 et une boucle de 6 chiffres se forme.
On a montré l'entrée dans une ronde de 6 chiffres pairs par le choix de l'entier pair 8 puis de l'entier impair 3.

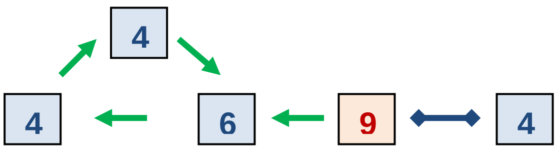


▪ Un troisième exemple, si on choisit 4 et 9 au départ, la suite des nombres est la suivante :

4
9
4×9
4×9^2
$4^2\times9^3$ se termine comme 6×9, donc par 4
$4^3\times9^5$ se termine comme 4×9
$4^5\times9^8$ se termine comme 4×9^2

On a vu précédemment que :
- 4^2 et 4^8 se terminent par 6
- 4^3et 4^5 se terminent par 4
- 9^3 et 9^5 se terminent par 9
- 9^8 se termine comme 9^2

À un moment, on retrouve 4×9 et 4×9^2 et une boucle de 3 chiffres se forme.
On a montré l'entrée dans une ronde de 3 chiffres pairs par le choix de l'entier pair puis de l'entier impair 9.



▪ En procédant de même, si on choisit 2 entiers de parités différentes, positifs et inférieurs à 10 (sauf 6 et 1 ou 1 et 6 ou les cas où il y a 5), on entre dans une boucle de chiffres pairs.

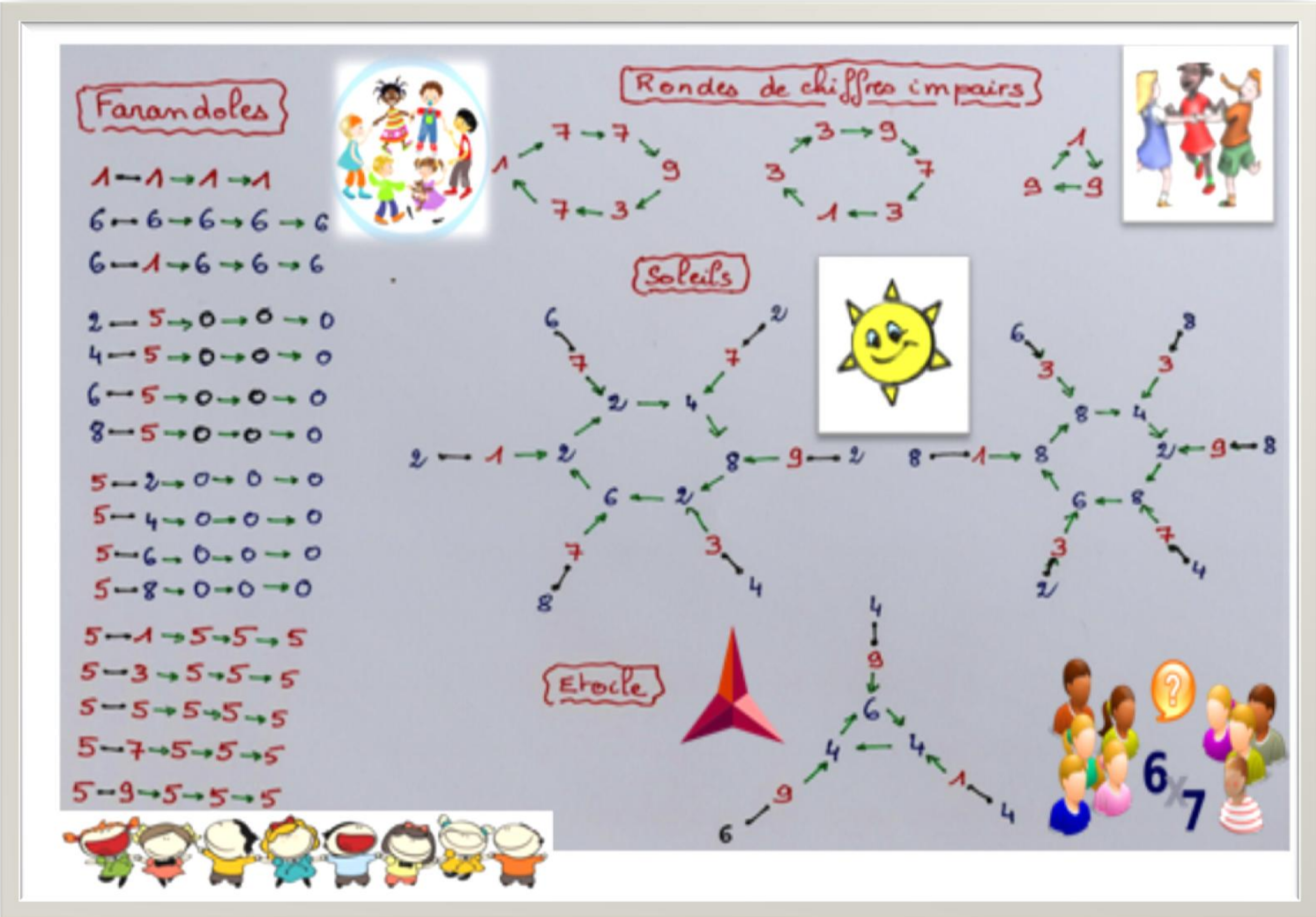
4°) Conclusion :

On a montré sur des exemples le pourquoi des boucles, c’était trop compliqué pour nous de généraliser mais on comprend le pourquoi des boucles de 6 ou 3 chiffres.

De plus, on a écrit toutes les suites de chiffres des unités possibles pour le choix de deux entiers positifs et inférieurs à 1 (il y en a 81) et on n’a pas trouvé d’autres cas que ceux énoncés.

On peut donc conclure que :

Quels que soient deux entiers positifs inférieurs à 10 choisis au départ, on obtient obligatoirement une des suites de chiffres des unités schématisées par :
• les farandoles de 0, de 1, de 5 ou de 6 ;
• les 3 rondes de chiffres impairs ou les trois rondes de chiffres pairs ;
• les deux soleils ou l’étoile à 5 branches.



[(3)]

Remarques :
Si au départ, on choisit deux entiers supérieurs à 10 et dont le chiffre des unités n’est pas égal à zéro, cela ne change rien puisque l’on ne considère que la suite des chiffres des unités. [(4)]
Si un chiffre des unités est égal à 0, on obtient une farandole de 0. [(5)]

Remerciements :
À notre chercheuse Anne DeRoton qui nous a encouragés et guidés tout au long de l’année,
Au Conseil général, à la Mairie de Villers-lès-Nancy et au SIS du Grand Nancy qui nous ont permis de participer au congrès de Valenciennes.

<u>Note d'éditions :</u>
(1) Un phénomène périodique est un phénomène identique se produisant à intervalle de temps réguliers. La période est alors le temps séparant les deux instants commençant ce phénomène. Ici, nous voyons des suites de chiffres répétées. Une période de 3 signifie que nous avons trois chiffres (par exemple, 6 -> 4 -> 4) puis nous recommençons au premier chiffre (6-> 4 -> 4 -> 6 -> ...).
(2) Le lecteur curieux peut se demander ce qu'il se passe quand si le produit de a et b est divisible par 5.
(3) L'édition regrette le léger flou empêchant de bien distinguer le côté "flèche" du point de départ.
(4) L'édition regrette que cette affirmation ne soit pas développée.
(5) Il aurait été intéressant de développer cette remarque dès le début en incluant le cas où a ou b vaudrait 0.