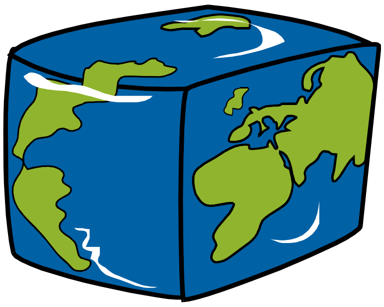
Les plus courts chemins sur le cube.
Si la terre était cubique ?

Atelier Math en jean's 2001/2002

Par HEYRIES Julien, JAN Mickaël et TERRACOL Xavier.
du lycée d'Altitude de Briançon.
Enseignant: Hubert PROAL

[les phrases entre crochées sont de l'enseignant]



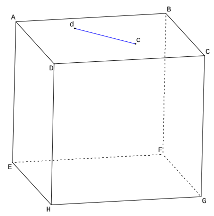
Notre travail de recherche consisté à trouver les plus courts chemins entre deux points d'un cube et savoir s'ils étaient unique.

Nous avons commencé par regarder les différents patrons du cube pour savoir le quels seraient le plus judicieux pour représenter ces chemins.

Les cas simples

Les deux points sont sur la même face alors un seul plus court chemin

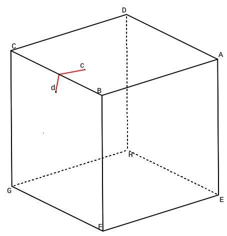
Les deux points sont sur deux faces mitoyennes : d et c

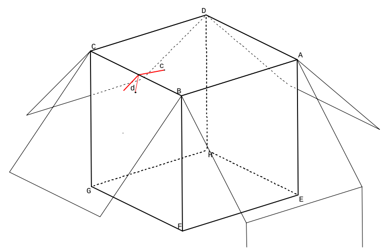


<u>Deux cas de figure:</u>

<u>cas n° 1:</u>

d et c sont tous deux proches du côté commun [CB] alors un seul plus court chemin: le segment [dc]





<u>cas n° 2 :</u>

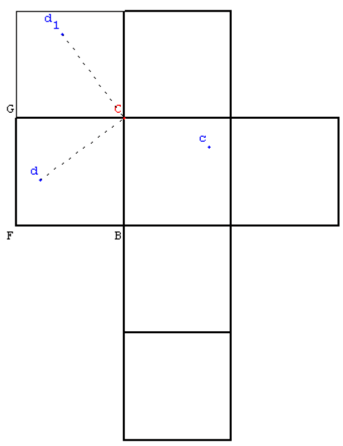
d et c se rapprochent des arêtes non mitoyennes

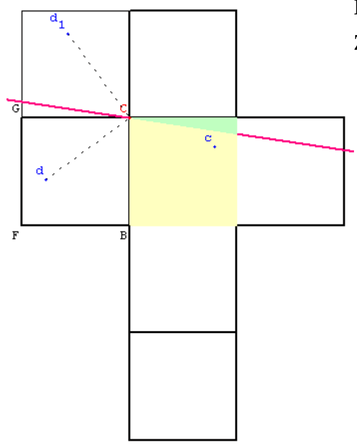
<u>Explications:</u>

On effectue une rotation de centre C de la face CBFG d'angle -90°.

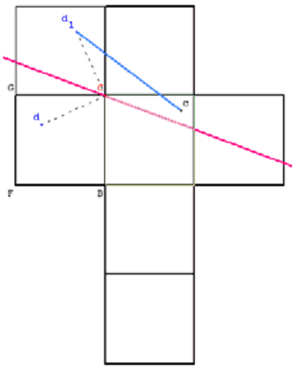
d_1 image de d dans la nouvelle face.

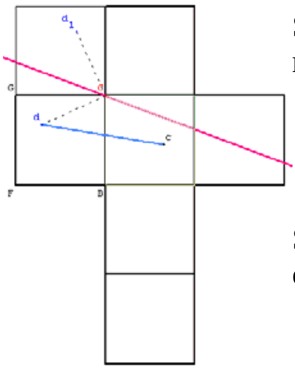
On trace la médiatrice de $[dd_1]$, on obtient deux zones:





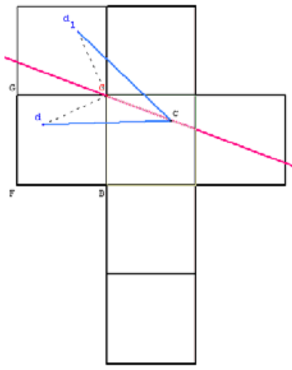
Si c est au dessus de cette médiatrice, on utilise ce nouveau patron avec comme plus court chemin d_1c, chemin passant par trois faces.



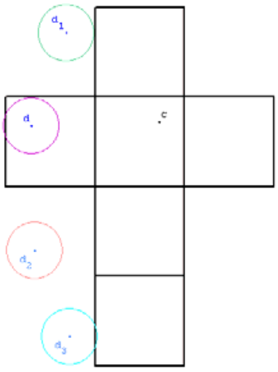


Si c en dessous, on utilise l'ancien patron avant rotation ; le plus court chemin étant [cd].

Si c est sur la médiatrice, deux plus courts chemins cd ou cd_1.



Étude plus générale



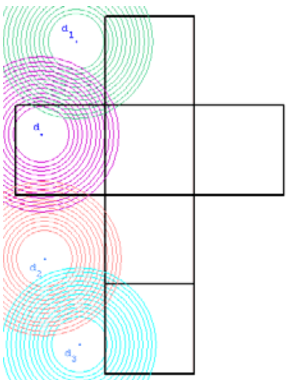
On considère un point d quelconque sur une face. On reporte cette face à différents endroits selon les patrons désirés; on obtient ainsi plusieurs représentations de d.

A partir de ces points, on trace des cercles de même rayon que l'on fait varier.

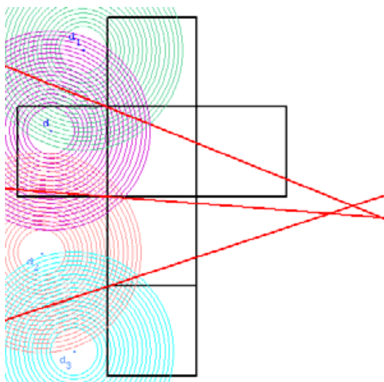
Lorsque le cercle de centre d sort du patron il suffit de considérer une autre disposition de celui-ci.

Maintenant si on place un point c sur le patron, quel cercle va-t-il rencontrer en premier ? Pour l'instant on ne peut pas y répondre mais on y reviendra plus tard.

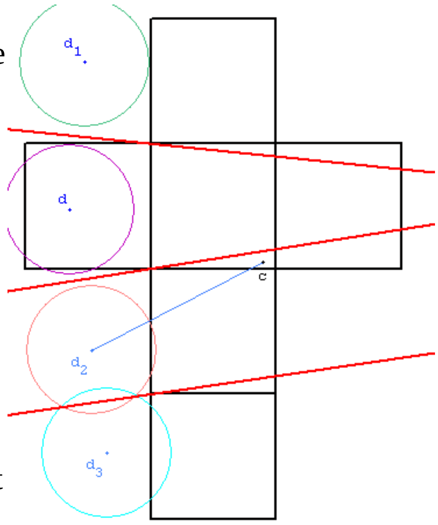
En revanche si c se situe à l'intersection de deux cercles, cela voudra dire qu'il y a 2 plus courts chemins.



Si on trace l'ensemble de ces intersections en continuant d'agrandir les cercles, on met en évidence la médiatrice vue précédemment.



On peut alors répondre à la question que l'on se posait. Il suffit de voir, avec le principe des médiatrices, à quel zone prédominante le point c appartient; et l'on retrouve ainsi le plus court chemin et le meilleur patron.



Mais y a-t-il plus de deux plus courts chemins? Pour le voir il faut procéder autrement!

Peut-on avoir plus de deux chemins les plus courts.

3 chemins les plus courts.

Nous pensions en avoir trouvé, mais lors du congrès on nous a fait remarquer que ce n'était pas des chemins les plus courts.

4 chemins les plus courts.

Pour obtenir la position des points pour que l'on est quatre chemins les plus courts. Nous nous sommes dit qu'à une face correspondaient 4 arrêtes, si l'on positionnait les deux points au milieu de deux faces opposées, on obtiendrait quatre chemins de longueur égale.

5 chemins et plus.

Pour résoudre cette problématique, nous avons pensé que chaque face étant entourée de 4 arrêtes, il ne pouvait pas y avoir plus de 4 chemins les plus courts.
Ainsi, le problème était clos, nos recherches étaient arrivées à leur paroxysme, plus besoin de se coltiner les 3 pommes de terre et les deux croûtons de pains qui composait le plat de résistance du self pour commencer a 13h afin d'assister a Math en jeans.
Mais malheureusement pour nous, nos collègues de Grenoble ont trouvé un cas de figure avec 6 chemins les plus courts.
En effet, si l'on place les deux points sur deux sommets diamétralement opposés , on obtient 6 chemins les plus courts.

Nous n'avons pas trouvé de cas à 5 chemins, ni d'autres cas à 6 et encore moins à plus.