

Cristaux et Quasi-Cristaux

par Thomas Caiati, Pascal Gallego, Ronan Nicolas, Fabrice Zzaoui du Lycée Pablo Neruda de Saint Martin d'Hères.

enseignants : MM. Laurent Delgado et Jean-Claude Oriol

chercheur : M. Charles Payan, Laboratoire de Structures Discrètes et de Didactique de Grenoble.

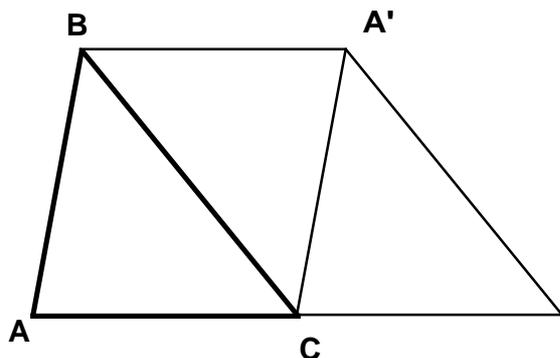
OBJECTIF : Nous nous sommes intéressés au pavage de plan (sous toutes ses formes) en nous inspirant des Cristaux et Quasi-Cristaux.

Les Cristaux sont des motifs périodiques qui à eux seuls peuvent paver l'espace ou le plan. Nous nous sommes intéressés au plan. Les Quasi-Cristaux sont quant à eux des motifs périodiques ne pavant pas le plan à eux seuls (nous avons besoin d'une ou plusieurs figures supplémentaires).

PAVAGE AVEC UNE SEULE FIGURE.

A.— Le triangle : Pour paver le plan avec un triangle quelconque :

Nous prenons un triangle ABC. Nous prenons le point I milieu du segment BC. Par la symétrie de centre I, A devient A', nous obtenons un parallélogramme ABA'C. Par translation de vecteur AC, nous allons avoir une “bande” de parallélogrammes ; et nous allons superposer les bandes obtenues de manière à paver le plan.

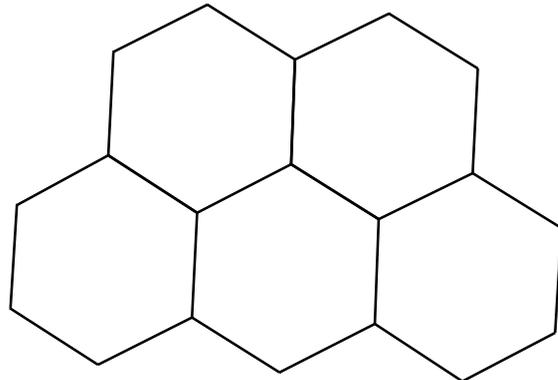


Loi de Emilie 1

Il y a 39 façons d'écrire 10 avec des additions.

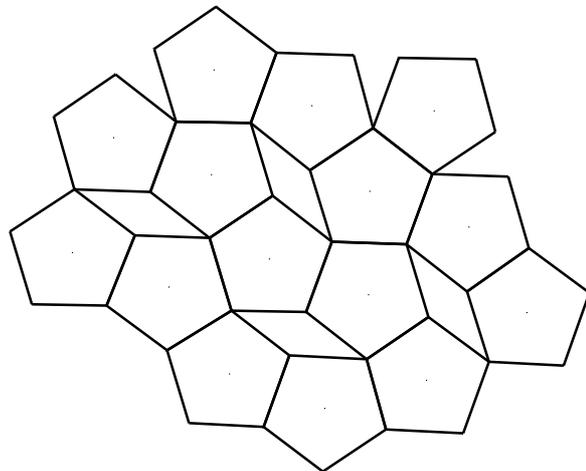
B.— Le trapèze : De la même manière que pour un triangle quelconque, nous avons démontré qu'il était possible de faire des “bandes” et que, là aussi, nous arrivions à les superposer de manière à paver le plan.

C.— L'hexagone : Il semble que le résultat soit évident, nous avons ce type de figure sous nos pieds (le carrelage !!).

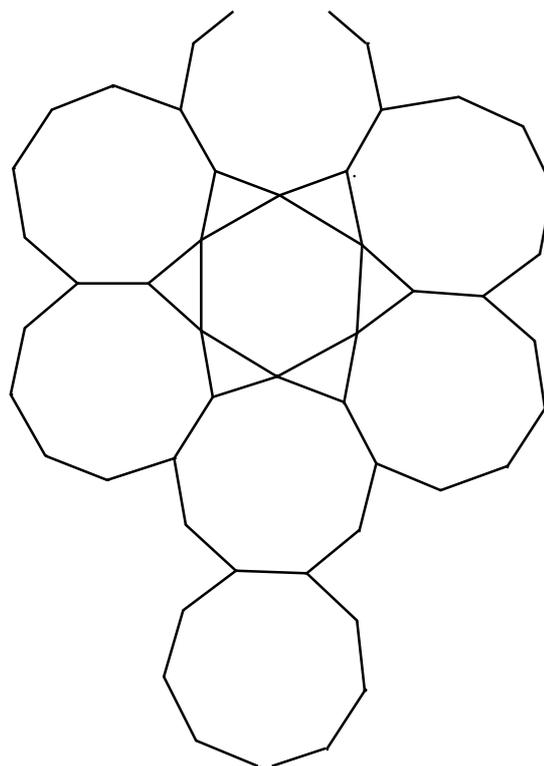
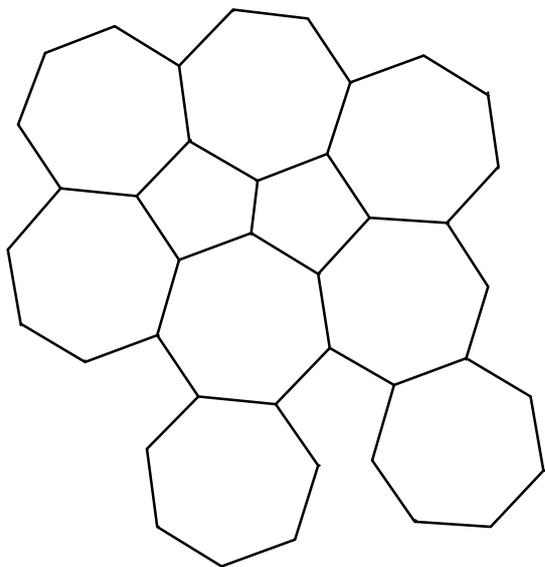


PAVAGE AVEC PLUSIEURS FIGURES.

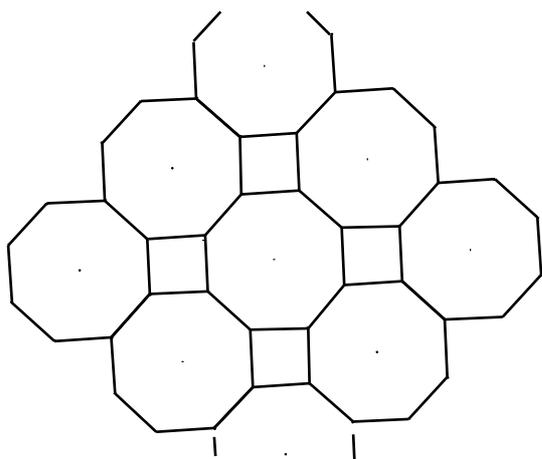
A.— Le pentagone : Ce pavage est du type semi-régulier. C'est-à-dire que le motif principal revient régulièrement tout en ayant une architecture interne pas réellement régulière.



B.— L'heptagone : Nous pouvons remarquer que ce pavage ressemble au pavage du pentagone. Il est semi-régulier.

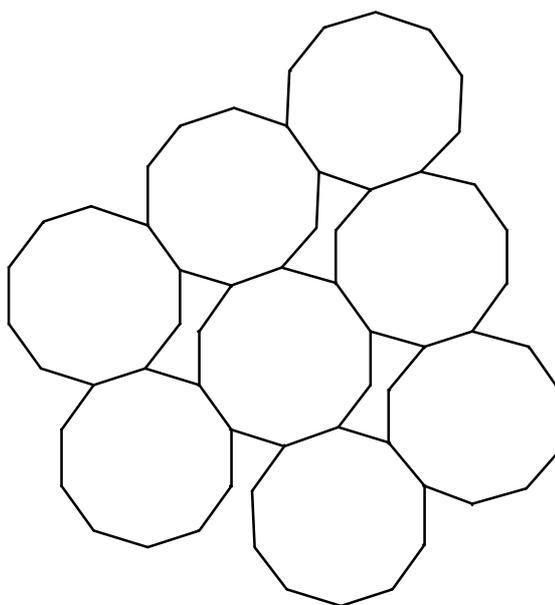


C.— L'octogone : Ce pavage est assez classique. Il apparaît souvent sur vos sols !



E.— Le décagone : Nous ne nous sommes confrontés, en travaillant exclusivement sur console Nintendo et avec un polygone régulier de 8 cotés, à aucun problème.

Pour paver le plan avec un décagone, il nous a suffi de rajouter deux trapèzes identiques.



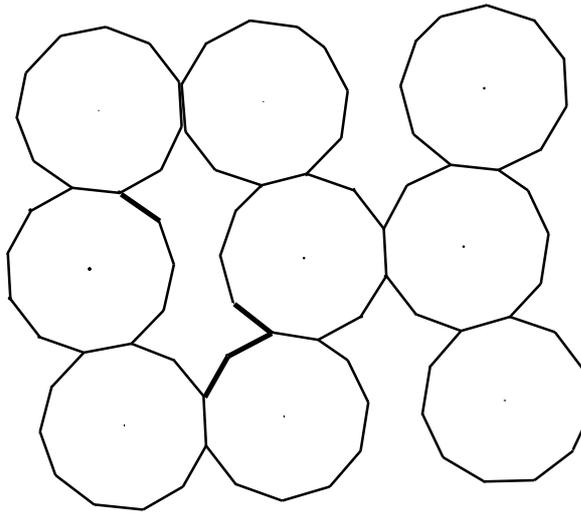
D.— Le nonagone : Comme vous pouvez le constater la figure manquante est un hexagone régulier et six triangles isocèles.

Pour des raisons de mémoire dans le Macintosh (et surtout sa rapidité), il était impossible de continuer ce pavage.

Mais nous voyons quand même que ce pavage peut remplir le plan.

F.— Polygone à 11 côtés : Nous avons réussi à paver le plan avec un polygone à 11 cotés et un C.M. (abréviation de C ... A M ... E qui en d'autres termes (pour les cerveaux lents) signifie figure concave sans forme).

Cette figure est la fusion entre deux étoiles à quatre branches et deux trapèzes (si, si, en regardant bien vous les trouverez !).



Loi de Hanane 2

Une égalité est une relation entre deux nombres.

Une opération est une relation entre trois nombres.

Relations à 2 nombres

Relations à 3 nombres

$a = b$

$a + b = c$

$a < b$

$a - b = c$

$a > b$

$a \times b = c$

$a = b$

$a \div b = c$

CONCLUSION :

Eh voilà, notre superbe exposé s'achève (et les mots sont faibles). La foule en délire nous implore de recommencer, mais nous ne sommes pas sûrs de revenir l'année prochaine, et pour cause nous passons (réussirons ?) le bac. Notre travail, qui a duré 3 trimestres, nous a amenés à quelques premières constatations :

— Nous pouvons affirmer avec force que **TOUTE FIGURE CONVEXE** donc tout polygone régulier est capable de paver le plan, avec ou sans figures complémentaires (polygones : triangles, quadrilatères ... pas toujours réguliers).

— Nous avons aussi constaté que seules les figures à 3 côtés, 4 côtés, 6 côtés peuvent paver le plan seules.

Deuxième série de constatations :

— Comme vous avez pu le remarquer , il n'y a pas d'autres séries de constatations que celles que nous avons faites précédemment.

— En effet, plutôt que de nous attacher à découvrir de nouvelles règles de pavages, étant limités par le temps (une année scolaire), nous avons préféré travailler sur les dessins que vous avez pu admirer et qui ont certainement éblouis vos yeux ...

WE 'LL BE BACK ...



clichés Chantal Rousselin © Palais de la découverte.

