Cet article est rédigé par des élèves. Il peut comporter des oublis et imperfections,
autant que possible signalés par nos relecteurs dans les notes d'édition.

Créer sa ville.

Élèves : Tifany, Jérémy et Vincent

Établissement : Collège de Nézant à Saint Brice sous Forêt

Professeur : Yan Bourit

Chercheur : François Parreau (Université de Paris XIII Villetanneuse)

Ce sujet est inspiré du jeu « Sim City » : on vous propose de vous mettre à la place d'un cabinet d'urbanistes chargé de dessiner le plan d'une ville nouvelle.

On part d'abord d'un cadre fixé : un terrain divisé en lots à bâtir, avec un espace central réservé pour les équipements collectifs (école, mairie, poste, commerces, transports...). Les urbanistes doivent tracer des rues pour desservir tous les lots à partir du centre.

a) Le **constructeur** souhaite que la longueur totale des rues à construire soit la plus petite possible ;

b) Les **habitants** souhaitent que les trajets à faire pour rejoindre le centre soient les plus courts possibles, en supposant qu'il y a toujours une porte dans le coin de leur terrain le plus proche du centre ;

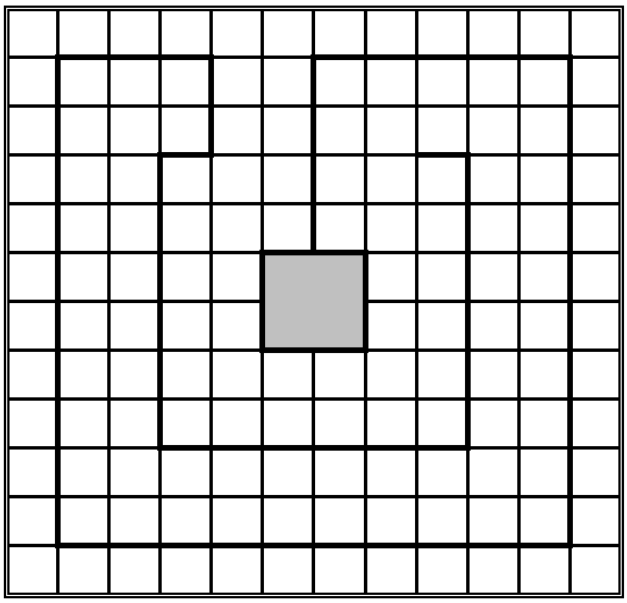
c) Le **facteur** souhaite distribuer le courrier dans toutes les maisons en parcourant le chemin le plus court possible, en supposant qu'il y a toujours une boite aux lettres située au meilleur endroit possible.

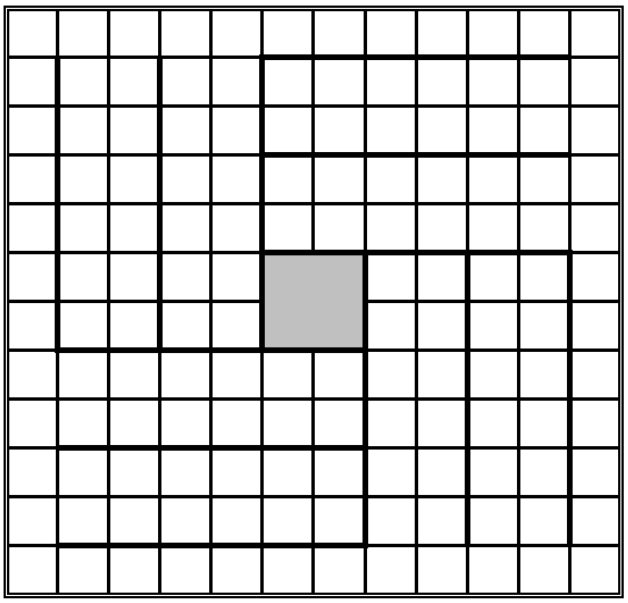
Les urbanistes commencent par chercher les solutions sur des domaines simples : par exemple le terrain est un carré avec 12 lots sur un côté, avec un espace central carré de 2x2 lots.

Pouvez-vous trouver toutes les solutions pour la première condition (et comment les reconnaître sans calculer chaque fois la longueur) ?

Pour chacune des autres conditions ?

Comment concilier les trois ?



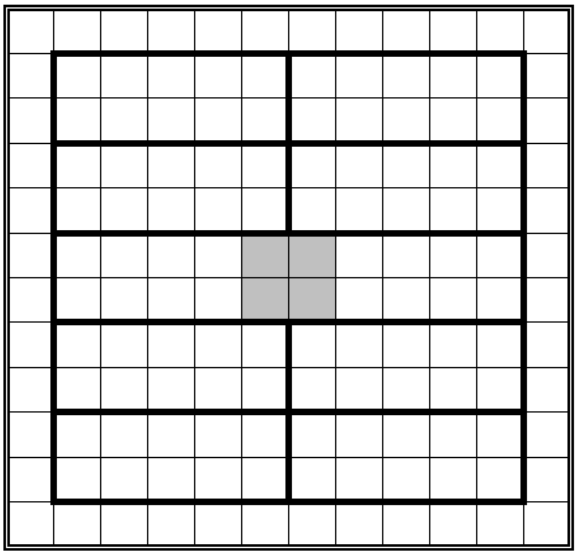


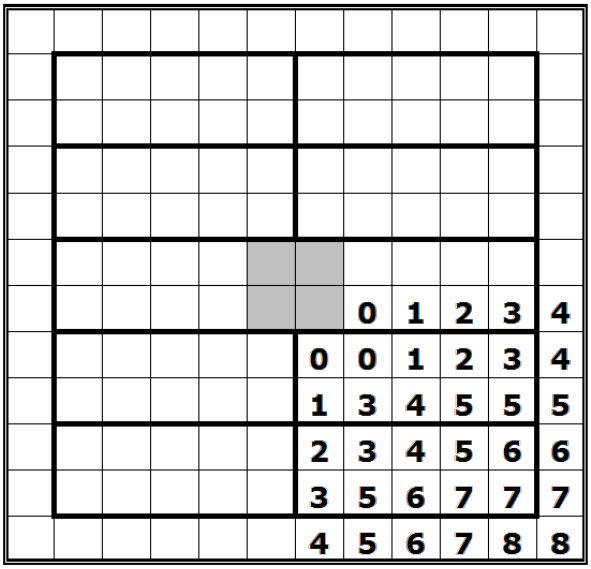
Pour aider a comparer les plans nous avons choisi de calculer des indices. [1]

L'indice composé :
c'est le nombre de rues construit par le constructeur
plus la distance parcourue par le facteur pour distribuer le courrier
plus la somme de toutes les distances parcourues par les habitants pour aller au centre.

L'indice composé bis :
c'est le nombre de rues construit par le constructeur
plus la distance parcourue par le facteur pour distribuer le courrier
plus la somme de toutes les distances parcourues par les habitants pour aller au centre
divisée par deux.

La Fenêtre

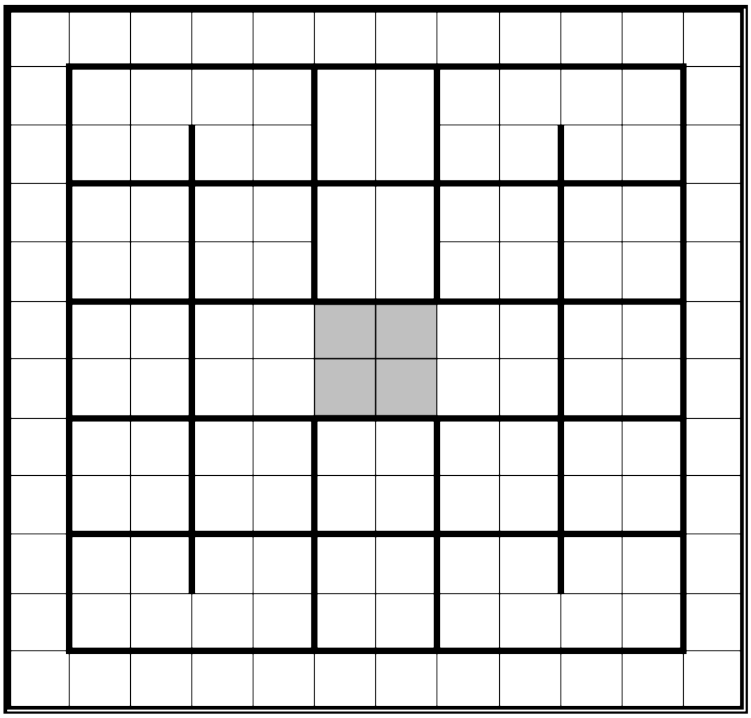


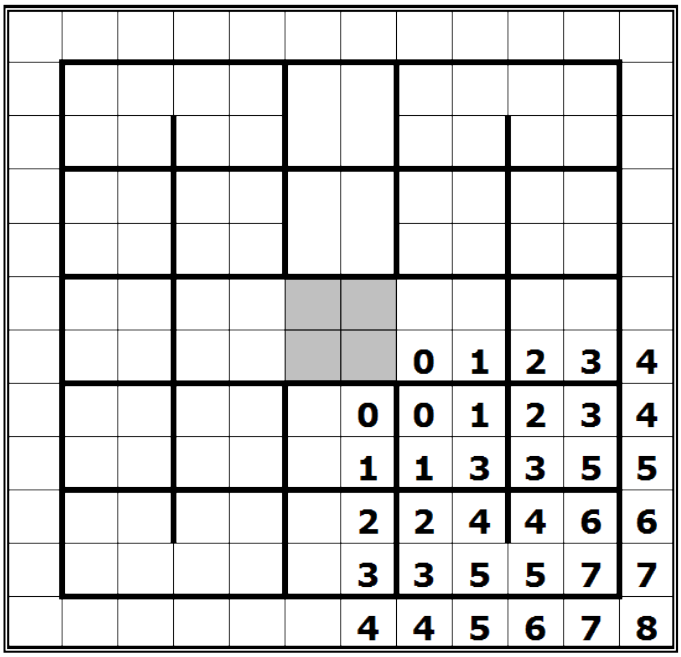


Sur ce plan, le Constructeur a construit 88 unités de rues.Le Facteur doit parcourir 78 blocs pour remettre le courrier à toutes les maisons.

Et la moyenne pour les habitants est de 4. Mais le total pour les habitants est de 568. Donc l'indice composé est égal à 568+88+78.

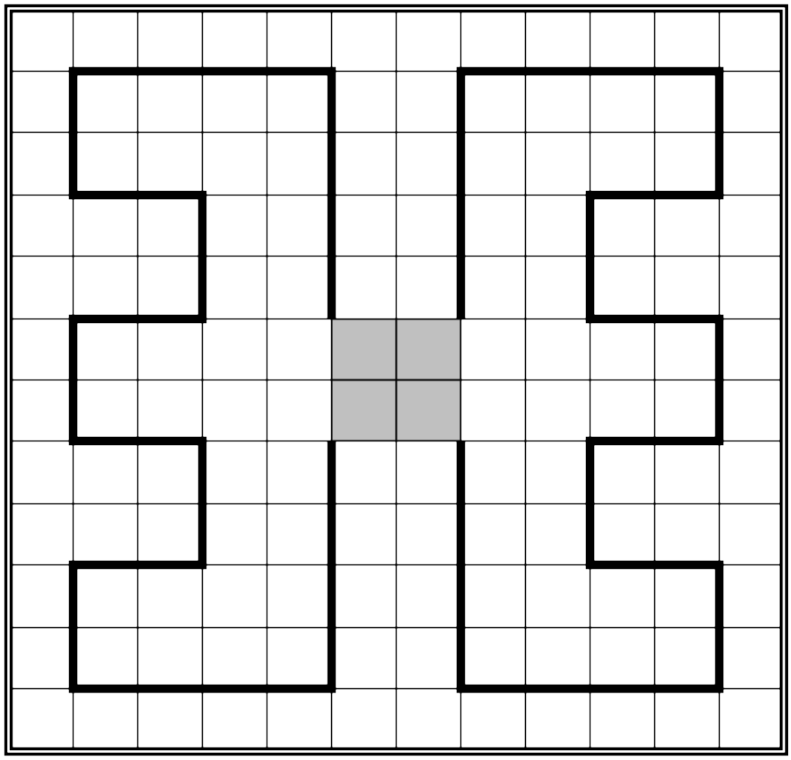
Le Carré

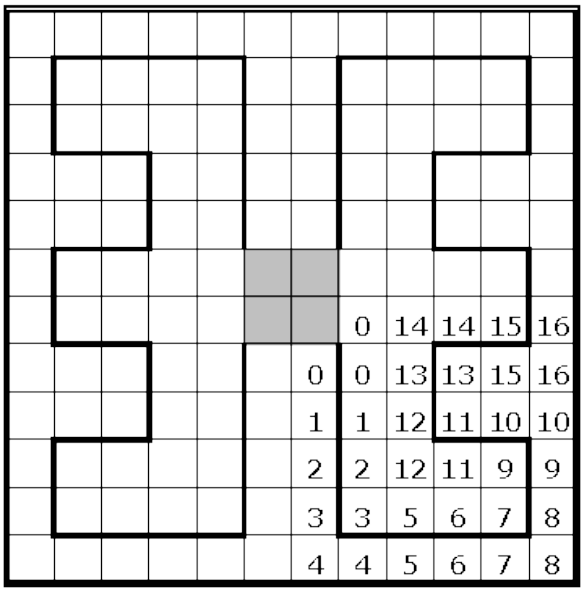




Sur ce plan, le Constructeur a construit **108** unités de rue. Et le Facteur a parcouru **80** blocs pour remettre le courrier à toutes les maisons. Et la moyenne pour les habitants est de **3,54**. Mais le total pour les habitants est de **496**. Donc l'indice composé est égale à **108** + **80** + **496**.

Les Remparts

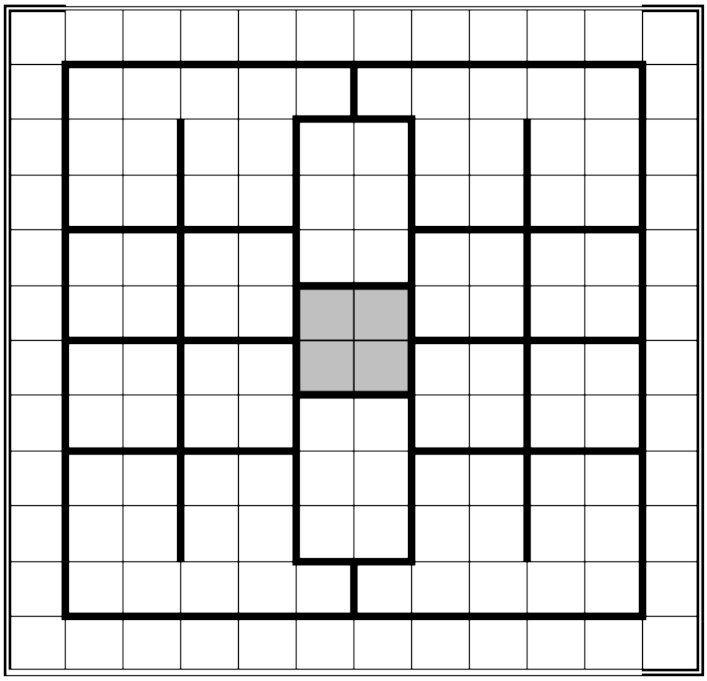


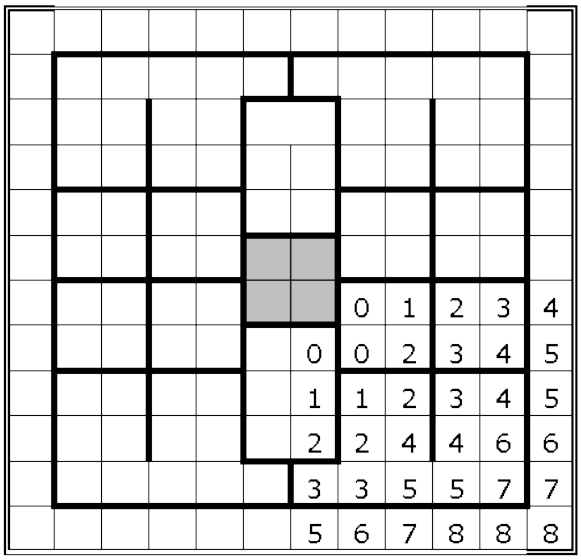


Sur ce plan,le constructeur a construit 68 unités de rues. Et le facteur a parcouru 72 unités de rue pour remettre le courrier à toutes les maisons. Et la moyenne pour les habitants est de 7,77. Mais le total pour les habitants est égal à 1088. Donc l'indice composé est égal à 68+72+1088.

Excellent pour le facteur, mais pas terrible pour les habitants.

L'échelle





Sur ce plan, le Constructeur a construit **82** unités de rue. Et le Facteur a parcouru **88** blocs pour remettre le courrier à toute les maisons. Et la moyenne pour les habitants est de **3,85**. Mais le total pour les habitants est de **540**. Donc l'indice composé est égale à
82 + **88** + **544** = **714**.

Et l'indice composé-bis est seulement de **82** + **88** + 272 = **442**

Les Minima

Pour le constructeur : chaque nouvelle unité de rue dessert au maximum 2 nouvelle maisons.

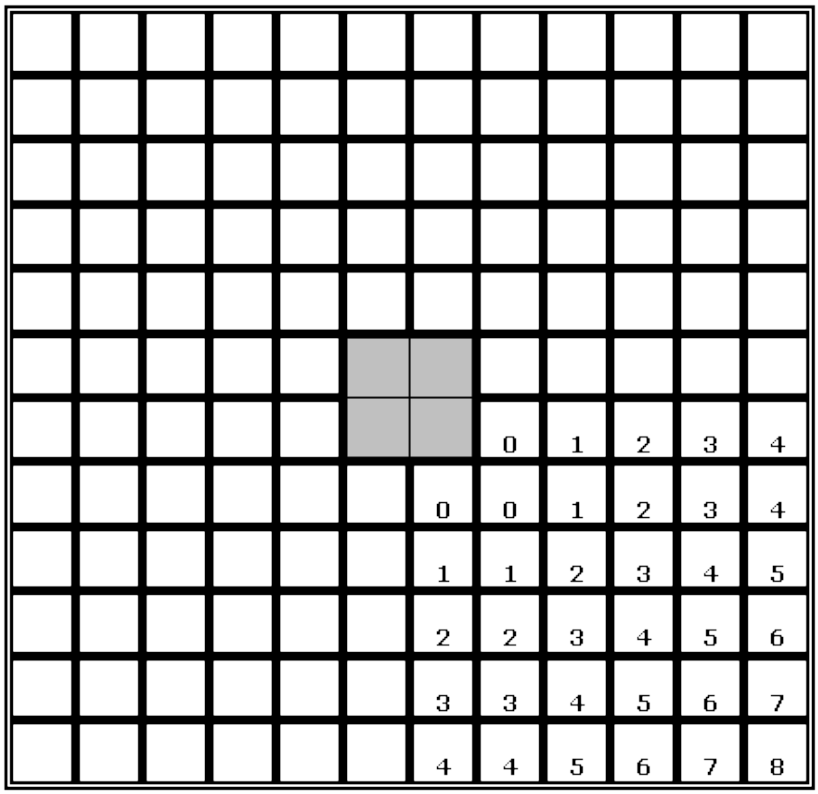
On ne compte pas les 16 maisons du centre (4 cases du centre + 12 qui touchent le centre) donc il nous reste 128 maisons.
(12x12)-(4x4)=128
128:2=64
Le minimum pour le constructeur est 64 unités de rue

Pour le facteur : il doit desservir 140 maisons pour distribuer le courrier à chaque maison.

Le minimum théorique est 70 car le facteur peut desservir 2 maisons au maximum quand il avance d'une unité de rue et il y a 140 maisons, donc 140:2=70
Le minimum théorique pour le facteur est 70 unités de rue
(Mais le minimum observé est 72 sur les Remparts)

Pouvez vous faire mieux ?

Pour les habitants : on met des routes partout



4x1 = 4 5x2 = 10	6x3 = 18 7x4 = 28	4x5 = 20 3x6 = 18	2x7 = 14 1x8 = 8
120x4 = 480 et 480 : 140 = 3,42 ...			

Par exemple, pour aller de la maison en bas à droite jusqu'au centre il nous faut 8 unités (sauf si on va voir des copains).

La moyenne minimum pour les habitants est de 3,43 (environ).

Conclusion : le minimum théorique pour l'indice composé est 72 + 64 + 480 = 616.

Conclusion

Nous avons fait plein de plans, mais les plus intéressants sont ceux qui sont dans ce tableau.

	Facteur	*Constructeur*	*Moyenne pour les Habitants*	*Total des Habitants*	*Indice Composé*	*Indice Composé bis (habitants/2)*
Échelle	88	82	3,85	540	714	**442**
Carré	80	108	**3,54**	**496**	**684**	530
Fenêtre	78	88	4	568	734	450
Remparts	**72**	**68**	7,77	1088	1228	684

En conclusion, on a trouvé que le meilleur plan est « le carré » pour l'indice composé. C'est le meilleur pour les habitants. Le meilleur plan pour l'indice composé-bis (qui donne moins d'importance aux habitants) est « l'échelle ».

Sinon « les remparts » est un excellent plan pour le facteur, mais pas pour les habitants qui doivent parcourir beaucoup de chemin pour aller au centre.

Notes d'édition :

[1] Ces indices apparaissent un peu comme une addition de carottes et de choux-fleur : on ajoute plusieurs quantités de natures différentes ; on pourrait imaginer autant d'indices que l'on voudrait en changeant les coefficients de pondération.