Conseils de classes et affectations

Année 2014- 2015

Hélène Boirard Garnier en Tale S ; Souhila Chaabana en 1ère S et Jessy Daniel en Tale S

Lycée Jean Puy et Lycée Saint Paul à Roanne (42300)
Enseignantes : Mme Martinelli, Mme Gotte et Mme Kroll

Enseignant chercheur à l'université Jean Monnet de Saint Etienne : M.Chardard

En début d'année nous avons rencontré monsieur Chardard, chercheur en mathématiques à l'université de Jean Monnet (Saint Etienne), qui nous a présenté différents problèmes de recherche. Parmi eux, nous avons choisi un sujet sur le thème des conseils de classes. Celui-ci nous semblait intéressant car en lien avec un problème nous affectant directement. Le voici :

Le proviseur du lycée souhaite créer un conseil pour représenter les élèves du lycée. Pour cela, il veut lancer une élection au terme de laquelle sera élue une liste. Les listes doivent être constituées telles que :

- un élève de chaque classe doit être présent dans chaque liste
- les élèves doivent s'entendre au sein d'une même liste.

Dans les trois classes du lycée se trouvent des élèves candidats :

-Classe 1 : Alice, Bertrand, Camille

-Classe 2 : David, Eric, Fabienne

-Classe 3 : Henri, Isabelle, Kévin

Par ailleurs :

-Bertrand ne s'entend pas avec Fabienne ni Henri.

-David ne s'entend pas avec Camille ni Kévin.

-Isabelle ne s'entend pas avec Alice ni Eric.

Des listes vérifiant les deux conditions vont-elles pouvoir se former dans ce lycée ?

Comment procéderiez-vous pour des classes de deux élèves candidats? Et avec des classes plus nombreuses ?

Ce problème semblait donc tout d'abord relativement simple et pourtant, de nombreuses questions se sont rapidement posées, notamment pour trouver les solutions par une méthode sûre et rapide sans passer par des feuilles de recherches et peu importe le nombre de classes et d'élèves.

Partie 1 : Question préliminaire

Pour commencer, nous avons décidé de répondre à la question préliminaire. Nous avons, tout d'abord, listé toutes les associations possibles de 3 élèves candidats. Nous nous sommes aidés d'un arbre de choix pour obtenir les $3^3 = 27$ associations possibles. Puis, nous avons rayé les combinaisons qui ne convenaient pas à cause des incompatibilités.

<u>Remarque :</u> nous avons désigné chaque candidat à l'aide d'une lettre, initiale de son prénom.

ADH	~~ADI~~	~~ADK~~	~~BDH~~	BDI	~~BDK~~	~~CDH~~	~~CDI~~	~~CDK~~
AEH	~~AEI~~	AEK	~~BEH~~	~~BEI~~	BEK	CEH	~~CEI~~	CEK
AFH	~~AFI~~	AFK	~~BFH~~	~~BFI~~	~~BFK~~	CFH	CFI	CFK

Ainsi nous avons obtenu les 11 différentes listes possibles pour l'élection d'un conseil.

Partie 2 : A la recherche d'une généralisation

Ensuite, nous avons essayé de déterminer l'ensemble des listes possibles pour un conseil d'élèves avec :

- les incompatibilités entre élèves différents,
- le nombre d'incompatibilités pouvant varier,
- le nombre de classes et de candidats par classe pouvant varier également.

Nous avons travaillé sur différents exemples à la recherche de certaines régularités. Nous souhaitions remarquer quelque chose afin de conjecturer une propriété. Nous avons utilisé différentes techniques.

Nous avons commencé avec des arbres de choix.

<u>a) Exemple 1</u>

On considère <u>deux classes et trois candidats</u> dans chacune :

« Classe 1 » : A ; B ; C « Classe 2 » : D ; E ; F

Les <u>deux contraintes</u> sont les suivantes: B ne s'entend pas avec F et D ne s'entend pas avec A

On a construit tous les arbres de choix possibles en considérant pour chaque élève de la classe 1, quels pouvaient être les élèves de la classe 2 associés:

A → E A-E
A → F A-F

B → D B-D
B → E B-E

C → D C-D
C → E C-E
C → F C-F

On a ainsi obtenu 7 listes possibles pour un conseil de classes.

Nous avons poursuivi notre travail sur d'autres exemples pour voir si la présence d'une personne plusieurs fois dans les contraintes avait un impact sur le nombre de conseils possibles.

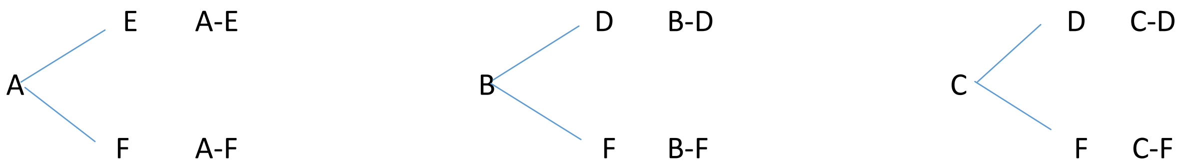
b) Exemple 2

De nouveau avec deux classes et trois candidats dans chacune :

« Classe 1 » : A ; B ; C « Classe 2 » : D ; E ; F

Les trois contraintes sont les suivantes, ne s'entendent pas : C avec E, A avec D, B avec E (E est donc incompatible avec deux élèves d'une classe)

Avec la méthode décrite précédemment, nous obtenons les arbres suivants :



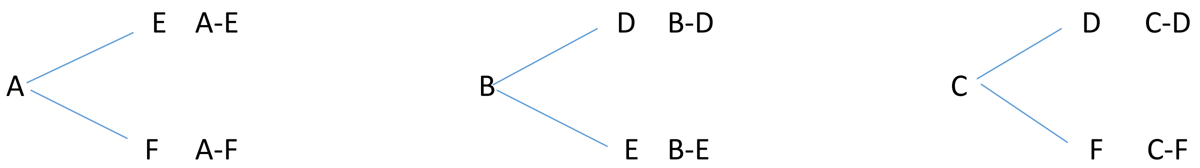
On a ainsi obtenu 6 listes possibles pour un conseil de classes.

c) Exemple 3

De nouveau avec deux classes et trois candidats dans chacune :

« Classe 1 » : A ; B ; C « Classe 2 » : D ; E ; F

Les trois contraintes sont les suivantes, ne s'entendent pas : C avec E, A avec D et B avec F. Ici, aucune personne n'est deux fois présente dans les incompatibilités. On obtient les arbres suivants :



On a ainsi obtenu 6 listes possibles pour un conseil de classes. Ainsi, dans les deux cas, nous avons obtenu six listes différentes.

Nous pouvons donc conjecturer que le nombre de fois où une personne est présente dans les contraintes n'a pas d'impact sur le nombre de conseils que l'on peut obtenir.

d) Un nouvel outil : Le tableau à double entrée

Pour la suite de nos recherches nous avons pensé à utiliser un tableau à double entrée. En effet il trouve son utilité dans le cas où deux classes sont considérées avec plusieurs candidats dans chacune. Par contre cet outil n'est plus adéquat dans d'autres situations.

Le tableau fait donc apparaître en colonnes les candidats de l'une des classes et en lignes ceux de la seconde classe. On utilise un symbole à l'intersection d'une ligne et d'une colonne pour traduire l'incompatibilité entre deux candidats (une croix ou un éclair dans nos exemples).

Une liste possible de candidats doit être constituée de deux élèves, le 1er issu de l'une des classes et le 2nd de l'autre. A l'aide du tableau, les cases « vides » permettent d'associer deux élèves qui représentent les conseils possibles.

<u>Voici un exemple :</u>

On considère deux classes avec chacune cinq candidats :

La classe 1 est composée des élèves notés A, B, C, D, E et la classe 2 composée des élèves F, G, H, I, J. Les incompatibilités sont les suivantes: C ne s'entend pas avec J et A ne s'entend pas avec F.

On utilise « une croix » pour symboliser les incompatibilités dans le tableau.

Ainsi il y a 23 listes possibles pour les élections dont les couples (B; F) ou (G ; A) .

Classe 1 Classe 2	A	B	C	D	E
F	X			⚡	
G					
H	⚡				
I		⚡			
J			X		

On peut considérer d'autres incompatibilités avec ces deux classes. On utilise « un éclair » pour représenter les incompatibilités entre A et H, B et I puis D et F. Il y a alors 22 listes possibles de candidats dont (F ; B) ou (H ; E)…

e) Calcul du nombre de listes possibles dans le cas de deux classes

A l'aide de l'étude de différentes situations, lorsque seules deux classes sont considérées, nous avons conjecturé puis démontré que :

> Le nombre de listes possibles noté N peut être obtenu grâce à la relation :
>
> N= (nombre d'élèves de la classe 1 x nombre d'élèves de la classe 2) - nombre de couples touchés par les contraintes.

En effet, la démonstration s'appuie sur la construction du tableau observé précédemment.

Si on note N1 le nombre d'élèves dans la 1ère classe et N2 le nombre d'élèves dans la seconde classe alors le nombre de couples d'élèves possibles est donné par $N1 \times N2$ (on obtient le nombre total de cases dans le tableau). Ensuite il faut considérer les incompatibilités données, chaque couple touché par une contrainte conduit à un symbole dans le tableau qui élimine ainsi une case.

Le nombre de conseils possible N étant associé au nombre de cases vides dans le tableau, on a bien :

N= (nombre d'élèves de la classe 1 x nombre d'élèves de la classe 2) - nombre de couples touchés par les contraintes.

f) Cette formule ne se généralise pas

Nous avons voulu vérifier si la formule trouvée précédemment fonctionnait avec un plus grand nombre de classes.

Dans le cas de trois classes a-t-on encore que le nombre de listes possibles noté N peut être obtenu grâce à la relation ci-dessous ?

N= (nombre d'élèves de la classe 1 x nombre d'élèves de la classe 2 x nombre d'élèves de la classe 3) – N'

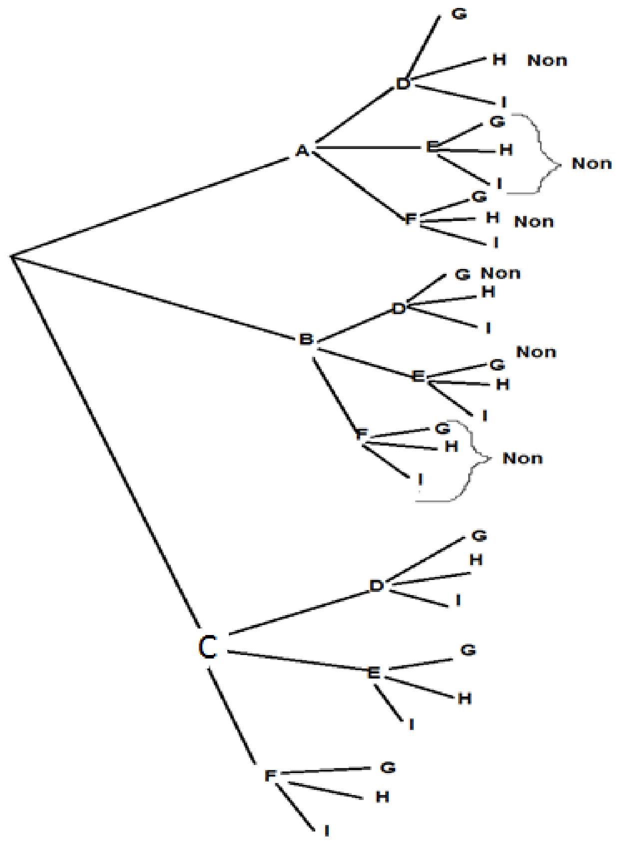
où N' = nombre de couples touchés par les contraintes. (1)

La situation que nous avons étudiée nous fournit un contre-exemple :

Voici trois classes de trois candidats :

Classe 1 : A, B, C ; Classe 2 : D, E, F et Classe 3 : G, H, I

et les contraintes suivantes : A ne s'entend ni avec E ni avec H ; B ne s'entend ni avec F ni avec G.



A l'aide d'un arbre des possibles, on fait apparaître qu'il y a 27 listes possibles mais seules 17 conviennent en tenant compte des contraintes données.

Dans cette situation il y a 3 classes de 3 élèves avec 6 couples touchés par des contraintes. (2)

Avec la formule supposée on aurait : 3x3x3-6=21 listes pour l'élection.

Ce nombre 21 n'est pas exact.

Ce contre-exemple permet de montrer que la formule trouvée ne se généralise pas.

g) Un autre outil : les boîtes enchâssées

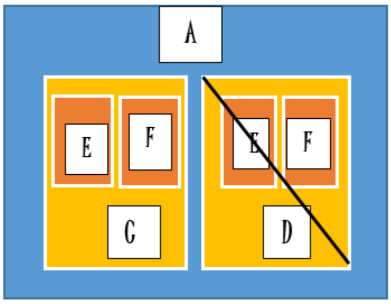
Nous avons rencontré une difficulté dans nos recherches quand le nombre de classes est plus grand que 2, puisque le tableau ne convient pas à représenter une telle situation et quant à l'arbre, il devient trop « chargé » si l'on prend plus de classes ou plus de candidats par classe.

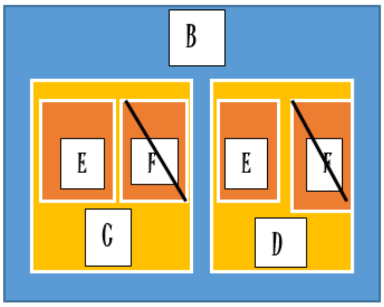
Nous avons cherché d'autres outils pour représenter ces situations. Nous avons pensé à la méthode des boîtes enchâssées, parfois utilisée pour des représentations en biologie.

Par exemple, si l'on prend 3 classes de 2 candidats avec 2 contraintes :

Classe 1 : A, B ; Classe 2 : C, D ; Classe 3 : E, F

Contraintes : A ne s'entend pas avec D et B ne s'entend pas avec F.





On représente chaque candidat de la 1ère classe par un rectangle. Chacun de ces candidats, peut être associé à un candidat de la classe 2, à l'intérieur de leur rectangle, on dessine deux rectangles pour représenter ceux-ci et l'on poursuit ainsi la construction.

A la fin, on barre les rectangles qui traduisent une incompatibilité.

Ainsi, on peut faire l'inventaire des listes qui conviennent en observant les emboitements de 3 boîtes non barrés. Par exemple (A ;C ;F) est une liste qui convient.

Cependant, on peut constater que si le nombre de classes ou d'élèves augmente, cette méthode ne serait pas idéale parce que la construction deviendrait impossible.

h) Un dernier outil : les graphes

Nos professeurs nous ont alors proposé d'utiliser un graphe pour représenter ces situations.

Un graphe est un ensemble de points, dont certaines paires sont directement reliées par un ou plusieurs liens. Dans notre situation, ces liens sont symétriques, et le graphe est non orienté.

Côté vocabulaire, les points sont appelés les sommets (en référence aux polyèdres). Les liens sont appelés arêtes dans les graphes non orientés.

Exemple : On considère quatre classes de deux volontaires

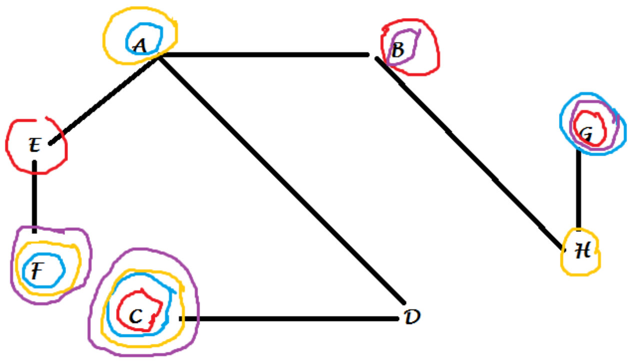
Classe 1 : A B ; Classe 2 : C D ; Classe 3 : E F ; Classe 4 : G H

Incompatibilités : A ne s'entend ni avec E ni avec D B ne s'entend ni avec H ni avec D

Construction :

Notre graphe est constitué de 8 sommets pour représenter les 8 candidats possibles.

On matérialise les incompatibilités par des arêtes entre les candidats concernés. Non seulement on représente les incompatibilités explicites données mais aussi celles qui sont implicites puisque deux candidats d'une même classe ne peuvent se présenter sur une même liste.



(3)

<u>Algorithme à réaliser :</u>

On entoure le 1er candidat de la 1ère classe d'une couleur (bleue)

Un autre candidat pourra à son tour être entouré en bleu s'il n'est pas incompatible avec A c'est-à-dire s'il n'est pas relié à A. On observe d'abord C et D (si les deux sont possibles, on choisit le 1er de l'ordre alphabétique). Dans notre exemple, C est à son tour entouré de bleu. On poursuit avec E et F qui ne doivent être reliés ni à A ni à C. On entoure F en bleu. Finalement on observe G et H qui ne doivent être reliés ni à A, ni à C ni à F.

Si l'on a entouré quatre candidats de la même couleur cela constitue une liste pour les élections.

On recommence à partir de A avec une autre couleur jusqu'à ce que l'on ait épuisé toutes les listes différentes.

Après cela on recommence avec B. Les deux candidats de la 1ère classe ayant été considérés. La méthode s'arête.

Comme nous avions utilisé cet algorithme de construction sur plusieurs exemples, nous avons cherché à l'écrire sous Algobox dans le cas particulier de quatre classes de deux candidats.

i) Un algorithme

Dans le cas particulier de quatre classes de deux candidats nous avons écrit un algorithme permettant d'obtenir deux listes pour les élections. Cet algorithme ne produit donc pas toutes les listes possibles mais seulement certaines d'entre elles. afin de donner une valeur à chaque combinaison possible. Grâce à ce système, il suffit à l'utilisateur du programme d'insérer les combinaisons impossibles. La suite du programme va permettre de donner des valeurs à chacune des « cases » de la liste t afin de savoir si une combinaison est possible (valeur 1) ou non (valeur 0).

programme 2 - Bloc-notes

Fichier Edition Format Affichage ?

```
t = [] # on initialise le tableau
eleve = ["X1" , "X2", "X3", "X4", "X'1","X'2","X'3","X'4"]


for j in range(47):
    t.append(1)


nb= input("nombre de contraintes?")

msg="écrire contrainte de cette manière: x11x12 tout attaché avec le premier chiffre numéo d
print(msg)
```

```
g=0
while str(g)<str(nb):
    g=g+1
    c= input("contrainte"+str(g)+"?")
    if c=="x11x21":
        t[0]=0
    if c=="x11x22":
        t[3]=0
    if c=="x11x31":
        t[1]=0
    if c=="x11x32":
        t[4]=0
    if c=="x11x41":
        t[2]=0
    if c=="x11x42":
        t[5]=0
    if c=="x12x21":
        t[24]=0
    if c=="x12x22":
        t[27]=0
    if c=="x12x31":
        t[25]=0
    if c=="x12x32":
        t[28]=0
    if c=="x12x41":
        t[26]=0
    if c=="x12x42":
        t[29]=0
    if c=="x21x31":
        t[7]=0
    if c=="x21x32":
        t[10]=0
    if c=="x21x41":
        t[8]=0
    if c=="x21x42":
        t[11]=0
    if c=="x22x31":
        t[31]=0
    if c=="x22x32":
        t[34]=0
    if c=="x22x41":
        t[32]=0
    if c=="x22x42":
        t[35]=0
    if c=="x31x41":
        t[14]=0
    if c=="x31x42":
        t[44]=0
    if c=="x32x41":
        t[38]=0
    if c=="x32x42":
        t[41]=0


x11=1
x12=0
if t[0]==0:
    x22=1
    x21=0
    if t[1]==0 or t[37]==0:
        x31=0
        x32=1
        if t[2]==0 or t[25]==0 or t[26]==0:
            x41=0
            x42=1
        else:
            x42=0
            x41=1
    else:
        x32=0
        x31=1
        if t[2]==0 or t[25]==0 or t[16]==0:
            x41=0
            x42=1
        else:
            x42=0
            x41=1
else:
    x21=1
    x22=0
    if t[1]==0 or t[8]==0:
        x31=0
        x32=1
        if t[2]==0 or t[9]==0 or t[26]==0:
            x42=1
            x41=0
        else:
            x41=1
            x42=0
    else:
        x32=0
        x31=1
        if t[2]==0 or t[9]==0 or t[16]==0:
            x42=1
            x41=0
        else:
            x41=1
            x42=0
print("x1="+str(x11)+" x'1="+str(x12)+" x2="+str(x21)+" x'2="
+str(x22)+" x3="+str(x31)+" x'3="+str(x32)+" x4="+str(x41)+
" x'4="+str(x42))
print("fin")
```

Et voilà ce que cela donne lorsque nous faisons fonctionner ce programme pour un exemple particulier :

```
File  Edit  Shell  Debug  Options  Windows  Help
Python 3.2.5 (default, May 15 2013, 23:06:03) [MSC v.1500 32 bit (Intel)] on win
32
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>> ================================ RESTART ================================
>>>
nombre de contraintes?4
écrire contrainte de cette manière: x11x12 tout attaché avec le premier chiffre
numéo de la classe et le deuxième chiffre le numéro de l'élève dans la classe en
 mettant les élèves dans l'ordre numérique
contrainte1?x11x22
contrainte2?x21x32
contrainte3?x32x41
contrainte4?x21x41
x1=1 x'1=0 x2=1 x'2=0 x3=1 x'3=0 x4=1 x'4=0
les élèves=1 représentent une liste, les élèves=0 représentent une autre liste
fin
>>>
```

Nous avions donc écrit ce programme sous langage Python qui nous semblait assez adapté à notre programme. Le problème maintenant était de trouver un autre programme qui puisse faire le même travail mais pour n'importe quel nombre d'élèves ou de classes. Cela nous semblait impossible à notre niveau notamment à cause du fait que nous ne savions pas comment faire en utilisant des boucles au lieu des conditions « si » formant un programme trop lourd.

Partie 3 : Un problème d'affectation

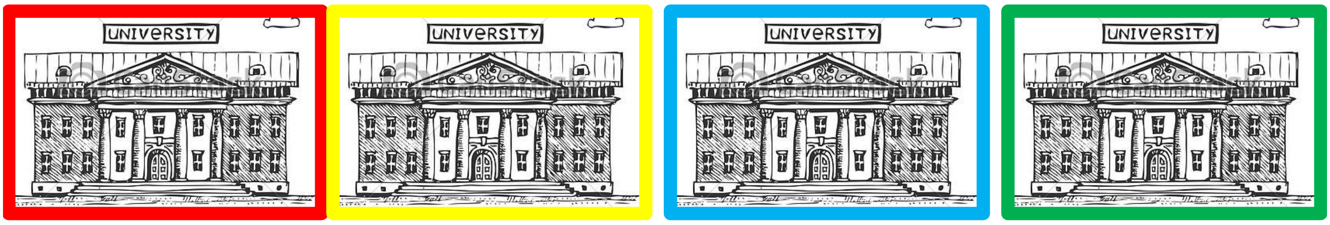
Après avoir rencontré Monsieur Chardard pour faire le point sur nos recherches, il nous a proposé un nouveau problème, lui aussi en lien avec notre scolarité. En effet, il semblait que nos premières recherches sur les conseils de classes introduisaient en fait un problème plus vaste en lien avec les formulaires post-bac et notamment le système de classement de vœux entre les élèves et les universités pour que chacun puisse être satisfait au mieux.

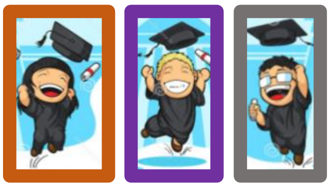
Afin de chercher à résoudre ce défi, nous avons tout d'abord essayé avec un exemple concret c'est-à-dire avec quatre universités ayant chacune leurs vœux et 3 étudiants souhaitant chacun intégrer une université, les classant eux-mêmes dans l'ordre de leurs préférences.

Le chercheur nous a alors guidés par le biais de questionnements et notamment en nous demandant de déterminer les affectations satisfaisantes pour les universités puis pour les étudiants. Voici l'énoncé du problème proposé :

On considère quatre universités A, B, C et D offrant chacune une place à trois étudiants 1, 2 et 3.

A B C D





1 2 3

Les préférences de chacun sont les suivantes (données dans l'ordre décroissant)

Pour A : 3 ; 1 ; 2 Pour B : 2; 3; 1 Pour C : 2 ; 1 ; 3 et Pour D : 1 ; 2 ; 3

Pour 1 : A ; B ; C ; D Pour 2 : B ; D ; A ; C et Pour 3 : C ; B ; A ; D

Déterminer les affectations satisfaisantes pour les universités et les étudiants.

Déterminer les affectations méritoires qui existent (la définition de méritoire est donnée plus loin)

a) Des affectations satisfaisantes

Nous avons cherché à déterminer les affectations « satisfaisantes » pour les universités et les étudiants.

Que peut-on appeler une affectation « satisfaisante » ? Elle l'est sans doute lorsque toutes les universités et tous les étudiants obtiennent leur premier vœu mais cela ne peut pas être réalisé souvent. D'ailleurs dans l'exemple proposé, les universités B et C souhaitent toutes les deux le candidat 2 en premier vœu, elles ne seront pas exaucées en même temps.

Nous avons listé toutes les affectations post-bac possibles et pour chaque affectation possible nous avons essayé d'estimer le degré d'**insatisfaction** qu'elle engendrerait en s'appliquant. En effet nous avons distribué à chaque fois des « points d'insatisfaction » comme suivant :

Lorsque qu'un étudiant ou une université obtient son meilleur choix, aucun point d'insatisfaction n'est distribué. Lorsque qu'un étudiant ou une université obtient son 2ième choix, 1 point est distribué, 2 points dans le cas du troisième choix et cetera.

Voici un exemple:

Les préférences de chacun sont les suivantes (données dans l'ordre décroissant)

Pour A : 3 ; 1 ; 2 Pour B : 2; 3; 1 Pour C : 2 ; 1 ; 3 et Pour D : 1 ; 2 ; 3

Pour 1 : A ; B ; C ; D Pour 2 : B ; D ; A ; C et Pour 3 : C ; B ; A ; D

La première étape consiste à faire l'inventaire de toutes les possibilités d'affectations (il y en a 24 possibles qui sont décrites dans le paragraphe b/ plus loin).

Pour la 2ième étape, il faut considérer chaque affectation possible et compter pour chacune les points d'insatisfaction associés, celle ayant le moins de points étant alors qualifiée « la meilleure ».

Voici deux affectations possibles et leur calcul de points d'insatisfaction

- Une affectation possible est : 1 avec A, 2 avec C et 3 avec B:

1 étant avec A, il a 0 point d'insatisfaction. 2 étant avec C, il a 3 points d'insatisfaction

3 étant avec B, il a 1 point d'insatisfaction A ayant 1, il y'a 1 point d'insatisfaction

B ayant 3, il y'a 1 point d'insatisfaction C ayant 2, il y'a 0 point d'insatisfaction.

D n'ayant pas d'étudiant, il y a 3 points d'insatisfaction.

Ainsi, en additionnant tous ces points, on obtient 9 degrés d'insatisfaction.

- En testant avec: 1 avec B, 2 avec D et 3 avec A, on obtient un total de 10 points d'insatisfaction.

Par conséquent, si l'on se base sur cette méthode, la première proposition est meilleure que la deuxième puisque les points d'insatisfaction sont moins nombreux.

Notre méthode était assez laborieuse, en effet, avec seulement quatre universités et trois étudiants, il est assez long de lister toutes les possibilités et ensuite de calculer tous les points d'insatisfaction alors il parait impossible d'utiliser cette méthode « à la main » pour des universités ou étudiants en nombre très élevé.

Nous avons donc tenté d'utiliser un programme informatique, tout comme nous l'avions fait avec les conseils de classe. Cependant, cette fois, notre réflexion nous menait à des programmes qui ne pouvaient pas se terminer et à des difficultés nous semblant impossibles à résoudre non seulement pour le développement du programme mais même pour son initialisation (il se révèle assez difficile, même avec l'aide de nos professeurs d'obtenir une liste complète de toutes les affectations possibles pour initialiser le programme).

Cependant cette notion d'« affectation satisfaisante » à rapidement montré ses limites. En effet, elle ne repose pas sur quelque chose de concevable notamment philosophiquement parlant. Comment attribuer des points d'insatisfaction ? Est-ce plus grave pour une université ou un étudiant d'être insatisfait ? Comment dire quel étudiant par rapport à quel autre sera plus heureux avec seulement son deuxième choix ?

b) Des affectations méritoires

Voyant donc que nous n'arrivions pas à trouver de solutions valables et que nous arrivions à des impasses, Monsieur Chardard nous a indiqué une nouvelle méthode pour déterminer des affectations non pas « parfaites » mais **méritoires.** Une affectation est dite méritoire lorsqu'elle est telle que **« si un étudiant E n'est pas affecté à une université U soit E est affecté à une meilleure université soit l'université U accueille un meilleur étudiant ».**

Voici un exemple développé pour comprendre comment nous avons fait pour déterminer parmi les affectations possibles, lesquelles sont méritoires :

Voici les vœux des universités et des étudiants (0 sous-entend pas d'étudiant):

Université A : 3, 1, 2, 0	Etudiant 1 : A, B, C ,D
Université B : 2, 3, 1, 0	Etudiant 2 : B, D, A, C
Université C : 2, 1, 3, 0	Etudiant 3 : C, B, A, D
Université D : 1, 2, 3, 0	

Nous avons donc commencé par faire l'inventaire de toutes les distributions possibles d'étudiants pour les universités A-B-C-D :

1230	2310	3120	0123	
1203	2301	3102	0132	
1320	2130	3210	0213	
1302	2103	3201	0231	Il y a 4 ! = 24 distributions possibles
1023	2013	3012	0312	
1032	2031	3021	0321	

Ensuite, nous avons testé chacune d'elle pour savoir si elle était méritoire. Voici deux exemples de ces démonstrations :

- Pour l'affectation suivante:

A	B	C	D
3	**2**	**1**	

3 est avec A donc:

-> 3 n'est pas affecté à B, or ce serait mieux pour lui mais ce serait moins bien pour B.

-> 3 n'est pas affecté à C, or ce serait mieux pour lui mais ce serait moins bien pour C.

-> 3 n'est pas affecté à D mais ce serait moins bien pour lui.

En ce qui concerne l'étudiant 3, il permet de penser que l'affectation est méritoire.

2 est avec B donc:

-> 2 n'est pas affecté à A mais ce serait moins bien pour lui.

-> 2 n'est pas affecté à C mais ce serait moins bien pour lui.

-> 2 n'est pas affecté à D mais ce serait moins bien pour lui.

En ce qui concerne l'étudiant 2, il permet de penser que l'affectation est méritoire.

1 est avec C donc:

-> 1 n'est pas affecté à A or ce serait mieux pour lui mais ce serait moins bien pour A

-> 1 n'est pas affecté à B or ce serait mieux pour lui mais ce serait moins bien pour B

-> 1 n'est pas affecté à D mais ce serait moins bien pour lui.

En ce qui concerne l'étudiant 1, il permet de penser que l'affectation est méritoire.

Ainsi, on a démontré que dans cette affectation si un étudiant E n'est pas affecté à une université U soit E est affecté à une meilleure université soit l'université U accueille un meilleur étudiant, ce qui permet d'affirmer que cette affectation est méritoire.

- Pour l'affectation suivante:

A	B	C	D
3		**2**	**1**

3 est avec A donc:

-> 3 n'est pas affecté à B or ce serait mieux pour lui mais ce serait moins bien pour B.

-> 3 n'est pas affecté à C or ce serait mieux pour lui mais ce serait moins bien pour C.

-> 3 n'est pas affecté à D mais ce serait moins bien pour lui.

En ce qui concerne l'étudiant 3, il permet de penser que l'affectation est méritoire.

2 est avec C donc:

-> 2 n'est pas affecté à A or ce serait mieux pour lui mais ce serait moins bien pour A.

-> 2 n'est pas affecté à B <u>**or ce serait mieux pour lui et pour B.**</u>

En ce qui concerne l'étudiant 2, il permet d'affirmer que l'affectation n'est pas méritoire.

Dans cette affectation il existe un étudiant 2 qui n'est pas affecté à une université B, et tel que 2 n'est pas affecté à une meilleure université et l'université B n'accueille pas un meilleur étudiant, ce qui permet d'affirmer que cette affectation n'est pas méritoire.

Cependant, une question s'est soulevée avec la notion d'affectation méritoire. En effet, selon les vœux réalisés, plusieurs affectations méritoires peuvent exister, alors dans ce cas comment savoir laquelle est la meilleure ?

Voici pour rappel les vœux des étudiants et universités :

Université A : 3, 1, 2, 0	Etudiant 1 : A, B, C ,D
Université B : 2, 3, 1, 0	Etudiant 2 : B, D, A, C
Université C : 2, 1, 3, 0	Etudiant 3 : C, B, A, D
Université D : 1, 2, 3, 0	

On a recherché comment reconnaître la meilleure affectation méritoire **pour les étudiants** entre deux d'entre elles :

A	B	C	D
3	2	1	

Et :

A	B	C	D
3		2	1

Ces deux affectations sont méritoires

On souhaite appliquer cette définition :

Une affectation méritoire M1 est meilleure pour les étudiants qu'une affectation méritoire M2 si tous les étudiants sont mieux affectés dans M1 ou aussi bien que dans M2 .

En prenant la première affectation, on voit que :

L'étudiant 1 préfère l'université C à D (et 1 laisse penser que la 1ère affectation est meilleure que la 2nde)

L'étudiant 2 préfère l'université B à C (et 2 laisse penser que la 1ère affectation est meilleure que la 2nde)

L'étudiant 3 est affecté de la même façon dans les deux affectations méritoires.

Ainsi, la meilleure affectation méritoire pour les étudiants est la première.

Remarque n°1 : Deux affectations méritoires ne peuvent pas toujours être « comparées » par ce procédé.

Remarque n°2 : Cette méthode de comparaison est laborieuse, il semblait nécessaire de trouver une méthode plus rapide. Monsieur Chardard nous a proposé l'algorithme « glouton » suivant en nous demandant ce que l'on obtenait grâce à lui :

On part d'une affectation aléatoire, puis, chaque fois qu'un étudiant K préfère une nouvelle université et que l'université préfère le nouveau candidat :

-On affecte le candidat K dans l'université U,

-On recase le candidat et l'université désaffectés comme on peut,

-On réédite les vœux.

Cet algorithme semble toujours générer une affectation méritoire. Nous n'avons pas pu démontrer ce résultat qui reste une conjecture vérifiée sur plusieurs exemples.

Voici pour rappel les vœux des étudiants et universités :

Université A : 3, 1, 2, 0

Université B : 2, 3, 1, 0

Université C : 2, 1, 3, 0

Université D : 1, 2, 3, 0

Etudiant 1 : A, B, C ,D

Etudiant 2 : B, D, A, C

Etudiant 3 : C, B, A, D

Voici une affectation aléatoire :

A	B	C	D
2	1		3

- Candidat 1

On lit l'affectation (B ;1) pourtant 1 serait mieux classé dans A et A préfèrerait accueillir 1.
On obtient :

A	B	C	D
1	2		3

- Candidat 2

On lit l'affectation (B ;2). Or 2 ne serait pas mieux classé dans une autre université.
On conserve:

A	B	C	D
1	2		3

- Candidat 3

On lit l'affectation (D;3) pourtant 3 serait mieux classé dans C et C préfèrerait accueillir 3.
On obtient :

A	B	C	D
1	2	3	

On a vérifié que cette affectation est méritoire.

Conclusion :

Nous remercions M.Chardard et nos professeurs pour l'aide qu'ils nous ont apportée.

Notre participation à l'atelier MATh.en.JEANS a été enrichissante sur le plan des recherches mathématiques et également du travail en groupes. Nos recherches ne sont pas complètes mais se sont arrêtées avec la fin d'année scolaire, on souhaitait déterminer comment générer une nouvelle affectation méritoire à partir d'une autre. Malheureusement, faute de temps suffisant, nous n'avons pu qu'émettre l'hypothèse qu'il suffisait de renvoyer cette première affectation méritoire dans le programme sans pour autant avoir réussi à prouver cette conjecture.

Notes d'édition

(1) Par nombre de couples touchés par les contraintes, on entend nombre de paires d'élèves qui ne s'entendent pas.
(2) Il y a en réalité 4 couples touchés par des contraintes : A-E, A-H, B-F et B-G. Cet exemple fournit tout de même un contre-exemple à la conjecture.
(3) Il manque une arête entre les sommets B et D.