Cet article est rédigé par des élèves. Il peut comporter des oublis et imperfections, autant que possible signalés par nos relecteurs dans les notes d'édition.

Le cochon qui rit

Elèves :
CUISINIER Antoine
SCIPIONI Elise
SCHABO Léa
Etablissement :
Collège Jean MERMOZ
17 rue Costes et Bellonte
57155 MARLY
Enseignantes :
PALLEZ Valérie
SAPENA Ghislaine
Chercheur :
DUBOIS Isabelle

Sujet : Jeu de hasard pur et d'assemblage : « Le cochon qui rit »
Ce jeu a été inventé en 1932 à Lyon par Joseph Michel qui s'est inspiré d'un jeu pratiqué dans les bistrots. Il a été primé au concours Lépine en 1934. En voici la règle : chaque joueur doit compléter un cochon à partir des éléments disponibles. Les joueurs jettent trois dés lors de leur tour de jeu. Un 6 permet de prendre le corps du cochon (action préalable aux suivantes), un 1 permet de placer une patte, une oreille ou un œil. Il faut deux 1 pour placer la queue en tire-bouchon. Tant que le joueur obtient au moins un 1, il peut rejouer. Le gagnant est le premier à avoir assemblé toutes ses pièces.

Des questions se posent :
Peut-on remplacer dans la règle du jeu la valeur du dé à obtenir (1 ou 6) ?
Est-il deux fois plus difficile d'obtenir une queue qu'une oreille ?
Arrive-t-il fréquemment que le joueur ne puisse réaliser aucune action à son tour de jeu ?
Que se passe-t-il si on change le nombre de dés à lancer (2 ou 4 par exemple) ?

I) Peut-on remplacer dans la règle du jeu la valeur du dé à obtenir (1 ou 6) ?

Après avoir observé un dé, nous nous sommes aperçus que le joueur a autant de chance d'obtenir un 1, un 2, un 3, un 4, un 5 ou un 6 car, à chaque fois, on a 1 chance sur 6 d'obtenir l'un de ces nombres. Donc la conclusion émergente est que nous pouvons remplacer dans la règle du jeu la valeur du dé à obtenir, si le dé n'est pas truqué.

Pour pouvoir répondre plus facilement aux autres questions posées, nous avons d'abord cherché les réponses avec 2 dés, 3 dés puis 4 dés.

II) Est-il deux fois plus difficile d'obtenir une queue qu'une oreille ?

1) *Avec deux dés*
Nous avons construit un tableau qui récapitule toutes les issues possibles en lançant deux dés.

1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1
1	2	2	2	3	2	4	2	5	2	6	2
1	3	2	3	3	3	4	3	5	3	6	3
1	4	2	4	3	4	4	4	5	4	6	4
1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	6	5
1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

D'après le tableau la probabilité que le joueur obtienne deux 1 est donc de $\frac{1}{36}$.

1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1
1	2	2	2	3	2	4	2	5	2	6	2
1	3	2	3	3	3	4	3	5	3	6	3
1	4	2	4	3	4	4	4	5	4	6	4
1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	6	5
1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

D'après ce deuxième tableau la probabilité que le joueur obtienne au moins un 1 est de $\frac{11}{36}$.
Donc la conclusion émergente est qu'il est 11 fois plus difficile d'obtenir une queue qu'une oreille avec deux dés.

2) *Avec trois dés*
Pour répondre à cette question nous avons construit un tableau sur le même principe qu'avec deux dés. (1)
Si on lance trois dés : il y a 216 issues possibles car il y a 6 possibilités pour chacun des dés soit $6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$.
En notant p la probabilité, on obtient :
p(obtenir une oreille) = p(obtenir au moins un 1) $= \frac{91}{216} \approx$ 42%
p(obtenir une queue) = p(obtenir au moins deux 1) $= \frac{16}{216} \approx$ 7%

42 : 7 = 6 donc il est 6 fois plus difficile d'obtenir une queue qu'une oreille.

3) *Avec quatre dés*

Si on lance 4 dés, il y a

$6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4 = 1\,296$ issues possibles.

p(obtenir une oreille) = p(obtenir au moins un 1) $= \frac{671}{1\,296} \approx 52\%$ (2)

p(obtenir une queue) = p(obtenir au moins deux 1) $= \frac{171}{1\,296} \approx 13\%$

52 : 13 = 4 donc il est 4 fois plus difficile d'obtenir une queue qu'une oreille.

III) Arrive-t-il fréquemment que le joueur ne puisse réaliser aucune action à son tour de jeu ?

1) *Avec 2 dés*

Nous savons que pour obtenir le corps du cochon nous devons avoir au moins un 6. En tenant compte des différents tours de jeu, regardons s'il arrive fréquemment au joueur de ne réaliser aucune action.

p(ne pas obtenir de 6 au 1er tour) $= \frac{25}{36} \approx 69\%$

p(ne pas obtenir de 6 au 1er tour ni au 2ème) $= \frac{25}{36} \times \frac{25}{36} = \frac{625}{1\,296} \approx 48\%$

La conclusion émergente est que nous avons un peu plus de 2 chances sur 3 de ne pas obtenir un 6 au premier tour et un peu moins d'1 chance sur 2 de ne pas pouvoir jouer sur 2 tours.

Afin de permettre une meilleure compréhension de notre démarche mathématique, nous allons expliquer pourquoi on a utilisé une multiplication dans le calcul précédent.

Imaginons qu'au premier tour de jeu, le joueur obtient le couple (1;1) en lançant les deux dés. Au deuxième tour, il peut obtenir 36 couples différents en lançant les deux dés et on constate que la probabilité de ne pas obtenir de 6 est de $\frac{25}{36}$.

Imaginons maintenant qu'au premier tour de jeu, le joueur obtient le couple (1;2). Au tour

1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1
1	2	2	2	3	2	4	2	5	2	6	2
1	3	2	3	3	3	4	3	5	3	6	3
1	4	2	4	3	4	4	4	5	4	6	4
1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	6	5
1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

suivant, on va retrouver les mêmes possibilités énumérées ci-dessus. Nous pouvons faire cette remarque pour tous les couples obtenus au premier tour, soit 36.

Etant donné que l'on aura à chaque nouveau tour de jeu le même nombre d'issues possibles : en considérant les deux tours, on dénombre 36 $\times$ 36 = 1296 issues possibles.

Sachant qu'au premier tour, ainsi qu'au deuxième, la probabilité de ne pas obtenir de 6 est de $\frac{25}{36}$, on dénombre 25 $\times$ 25 = 625 issues possibles sur 1296 de ne pas obtenir de 6.

En conclusion : p(ne pas obtenir de 6 au 1er tour ni au 2ème) $= \frac{25}{36} \times \frac{25}{36} = \frac{625}{1\,296}$

2) *Avec 3 dés*

Pour réaliser une action, le joueur doit d'abord obtenir un 6 pour prendre le corps du cochon et ensuite des 1 pour placer les autres éléments. Dans nos réponses, nous avons considéré les premiers tours de jeu. En nous aidant des tableaux dans lesquels nous avons listé les différentes issues possibles en lançant trois dés, nous pouvons affirmer qu'il arrive souvent à un joueur de ne pas pouvoir réaliser d'action. Prenons l'exemple suivant : le joueur obtient un 6 au premier lancer, alors tous les 6 qu'il obtiendra après ne lui serviront à rien mais le 1 et le couple de 1 lui seront utiles pour placer soit une oreille soit une queue. (3)

p(ne pas obtenir de 6 au 1er tour) $= \frac{125}{216} \approx 58\%$

p(ne pas obtenir de 6 au 1er tour, ni au 2ème) $= \frac{125}{216} \times \frac{125}{216} = \frac{15\,625}{46\,656} \approx 33\%$

p(ne pas obtenir de 6 au 1er tour, ni au 2ème, ni au 3ème) $= (\frac{125}{216})^3 = \frac{1\,953\,125}{10\,077\,696} \approx 19\%$

p(ne pas obtenir de 6 au 1er tour, ni au 2ème, ni au 3ème, ni au 4ème) $= (\frac{125}{216})^4 \approx 11\%$

p(ne pas obtenir de 6 au 1er tour, ni au 2ème, ni au 3ème, ni au 4ème, ni au 5ème) $= (\frac{125}{216})^5 \approx 6{,}5\%$

La conclusion émergente est qu'on a un peu plus d'une chance sur deux de ne pas obtenir un 6 au 1er tour mais plus le nombre de tours augmente, plus on aura eu de chances d'avoir obtenu le corps du cochon.

Maintenant nous supposons que le joueur a obtenu un 6 au 1er tour, donc qu'il possède le corps du cochon. En tenant compte des différents tours de jeu, regardons s'il lui arrive fréquemment de ne pas pouvoir placer d'autres

éléments.
P(obtenir un nombre autre que 1 au 2ème tour) $= \frac{125}{216} \approx 58\%$

p(obtenir un nombre autre que 1 au 2ème et 3ème tour) $= \frac{125}{216} \times \frac{125}{216} = \frac{15\,625}{46\,656} \approx 33\%$

p(obtenir un nombre autre que 1 au 2ème, au 3ème et au 4ème tour) $= (\frac{125}{216})^3 = \frac{1\,953\,125}{10\,077\,696} \approx 19\%$

p(obtenir un nombre autre que 1 au 2ème, au 3ème, au 4ème tour et au 5ème tour) $= (\frac{125}{216})^4 = \frac{244\,140\,625}{2\,176\,782\,336} \approx 11\%$

Donc la conclusion émergente est que si le joueur a déjà obtenu un 6 alors il a un peu plus d'une chance sur deux de placer d'autres éléments à partir du deuxième tour de jeu. Mais plus le nombre de tours augmente plus on aura eu de chances d'avoir placé d'autres éléments.

3) *Avec 4 dés*

Nous avons calculé la probabilité de ne pas obtenir de 6 au 1er tour donc que le joueur ne peut pas jouer à ce premier tour de jeu

p(ne pas obtenir un 6 au 1er tour) $= \frac{1\,296-(36\times5+11\times5\times5+216)}{1\,296} = \frac{625}{1\,296} \approx 48\%$ (4)

p(obtenir un 6 au 1er tour et un nombre autre que 1 au 2ème) $= \frac{671}{1\,296} \times \frac{625}{1\,296} = \frac{419\,375}{1\,679\,616} \approx 25\%$

p(ne pas obtenir un 6 au 1er tour ni au 2ème) $= \frac{625}{1\,296} \times \frac{625}{1\,296} = \frac{390\,625}{1\,679\,616} \approx 23\%$

Pour finir, nous avons organisé dans un tableau les réponses à quelques questions afin de les comparer :

Q1 : Combien de fois est-il plus difficile d'obtenir une queue qu'une oreille ?
Q2 : Ne pas pouvoir jouer au 1er tour.
Q3 : Obtenir le corps au premier tour mais pas d'éléments au 2ème tour.
Q4 : Ne pas obtenir le corps du cochon ni au 1er tour ni au 2ème tour.

Nombre de dés	Q1	Q2	Q3	Q4
2	11	69 %	21 %	48 %
3	6	58 %	24 %	33 %
4	4	48 %	25 %	23 %

La ligne grisée correspond au nombre de dés nécessaires pour jouer au jeu du « Cochon qui rit », soit trois dés.

<u>Notes de l'édition</u>

(1) voir le tableau en annexe. Dans ce tableau, les auteurs ont coloré en vert les lignes dans lesquelles n'apparaissait qu'un seul 1, et en rouge les lignes dans lesquelles apparaissaient deux ou trois 1 soit 91 lignes vertes ou rouges et
16 lignes rouges d'où les résultats obtenus.

(2) Avec 4 dés, les auteurs n'ont pas fait un tableau à 1296 lignes. Ils ont utilisé le tableau construit pour 3 dés en remarquant qu'il suffisait par exemple d'ajouter la valeur d'un autre dé devant chaque ligne pour obtenir toutes les issues possibles avec 4 dés.
Ils ont alors compté 216 lignes où le 1 apparait en 1ère position
91 lignes où le 2 apparait en 1ère position et au moins un 1 apparait parmi les 3 autres dés
Même raisonnement si le 3, le 4, le 5 ou le 6 apparaît en 1ère position
671 correspond donc au calcul suivant : 216 + 5x91

(3) On peut se référer aux résultats du II (2). Et cette fois compter les lignes où n'apparaît pas le 6.

(4) Les auteurs utilisent ici aussi le tableau de l'annexe. Compter des 1 ou compter des 6 revient au même. Pour obtenir la probabilité de ne pas obtenir de 6 au 1er tour, ils ont compté les lignes dans lesquelles apparaissait le 6 et soustrait le résultat obtenu à 1296.
216 lignes où le 6 apparait en 1ère position
36 lignes où le 1 apparait en 1ère position, le 6 en 2ème position. Même chose si c'est le 2, le 3, le 4 ou le 5 qui apparaissent en 1ère position d'où le calcul : **36x5.**
11x5 lignes dans lesquelles le 1 apparait en 1ère position, le 6 apparait en 3e ou 4e position. Même chose si c'est le 2, le 3, le 4 ou le 5 qui apparaissent en 1ère position d'où le calcul : **11x5x5** D'où le résultat :
1296-(36x5 + 11x5x5 +216) = 625

Annexe : Tableau correspondant au jet de 3 dés.

1	1	1	2	1	1	3	1	1	4	1	1	5	1	1	6	1	1
1	1	2	2	1	2	3	1	2	4	1	2	5	1	2	6	1	2
1	1	3	2	1	3	3	1	3	4	1	3	5	1	3	6	1	3
1	1	4	2	1	4	3	1	4	4	1	4	5	1	4	6	1	4
1	1	5	2	1	5	3	1	5	4	1	5	5	1	5	6	1	5
1	1	6	2	1	6	3	1	6	4	1	6	5	1	6	6	1	6
1	2	1	2	2	1	3	2	1	4	2	1	5	2	1	6	2	1
1	2	2	2	2	2	3	2	2	4	2	2	5	2	2	6	2	2
1	2	3	2	2	3	3	2	3	4	2	3	5	2	3	6	2	3
1	2	4	2	2	4	3	2	4	4	2	4	5	2	4	6	2	4
1	2	5	2	2	5	3	2	5	4	2	5	5	2	5	6	2	5
1	2	6	2	2	6	3	2	6	4	2	6	5	2	6	6	2	6
1	3	1	2	3	1	3	3	1	4	3	1	5	3	1	6	3	1
1	3	2	2	3	2	3	3	2	4	3	2	5	3	2	6	3	2
1	3	3	2	3	3	3	3	3	4	3	3	5	3	3	6	3	3
1	3	4	2	3	4	3	3	4	4	3	4	5	3	4	6	3	4
1	3	5	2	3	5	3	3	5	4	3	5	5	3	5	6	3	5
1	3	6	2	3	6	3	3	6	4	3	6	5	3	6	6	3	6
1	4	1	2	4	1	3	4	1	4	4	1	5	4	1	6	4	1
1	4	2	2	4	2	3	4	2	4	4	2	5	4	2	6	4	2
1	4	3	2	4	3	3	4	3	4	4	3	5	4	3	6	4	3
1	4	4	2	4	4	3	4	4	4	4	4	5	4	4	6	4	4
1	4	5	2	4	5	3	4	5	4	4	5	5	4	5	6	4	5
1	4	6	2	4	6	3	4	6	4	4	6	5	4	6	6	4	6
1	5	1	2	5	1	3	5	1	4	5	1	5	5	1	6	5	1
1	5	2	2	5	2	3	5	2	4	5	2	5	5	2	6	5	2
1	5	3	2	5	3	3	5	3	4	5	3	5	5	3	6	5	3
1	5	4	2	5	4	3	5	4	4	5	4	5	5	4	6	5	4
1	5	5	2	5	5	3	5	5	4	5	5	5	5	5	6	5	5
1	5	6	2	5	6	3	5	6	4	5	6	5	5	6	6	5	6
1	6	1	2	6	1	3	6	1	4	6	1	5	6	1	6	6	1
1	6	2	2	6	2	3	6	2	4	6	2	5	6	2	6	6	2
1	6	3	2	6	3	3	6	3	4	6	3	5	6	3	6	6	3
1	6	4	2	6	4	3	6	4	4	6	4	5	6	4	6	6	4
1	6	5	2	6	5	3	6	5	4	6	5	5	6	5	6	6	5
1	6	6	2	6	6	3	6	6	4	6	6	5	6	6	6	6	6