Le cochon qui rit

Année 2014 - 2015

Elèves : Odin ASNAR (4°), Brice NAMY (4°), Joshua ADAMS (5°), Sacha BRAULT (4°), Johan BERTOMEU-BERJON (4°), Eymeric CLERSON-VADEL (3°), Alexis DAGUZAN (4°)

Établissement : Collège de Marciac (Marciac - Gers)

Enseignant-e-s : M. C. PIGNON, Mme E. DE NODREST

Chercheuse : Mme Agnès LAGNOUX (Institut de Mathématiques de Toulouse)

Le Sujet :

Le cochon qui rit est un jeu de hasard et d'assemblage inventé en 1932 par Joseph MICHEL, qui a été primé au concours Lépine en 1934.
En voici la règle :
Chaque joueur doit compléter un cochon à partir d'éléments. Les joueurs lancent 3 dés.

- un 6 permet de prendre le corps du cochon (action préalable aux suivantes).
- un 1 permet de prendre une patte, un œil ou une oreille.
- deux 1 permettent de prendre la queue en tire-bouchon.
- tant qu'un joueur obtient un 1, il peut relancer les dés.
- le gagnant est le premier qui a terminé son cochon.

Il faut un corps, deux yeux, deux oreilles, quatre pattes et une queue pour terminer un cochon.

1-Peut-on remplacer le chiffre attribué à une partie du corps (1 ou 6) par un autre (2, 3, 4, 5)
sans affecter les probabilités ?

2-Est-il deux fois plus difficile d'obtenir une queue qu'une oreille ?

3-Quelle est la probabilité de n'effectuer aucune action durant son tour de jeu ?

4-Que se passe-t-il si on change le nombre de dés à six faces à lancer ?

Les réponses :

On a répondu à toutes ces questions à l'aide du tableau ci-dessous qui regroupe toutes les possibilités :

111	112	113	114	115	116
121	122	123	124	125	126
131	132	133	134	135	136
141	142	143	144	145	146
151	152	153	154	155	156
161	162	163	164	165	166
211	212	213	214	215	216
221	222	223	224	225	226
231	232	233	234	235	236
241	242	243	244	245	246
251	252	253	254	255	256
261	262	263	264	265	266
311	312	313	314	315	316
321	322	323	324	325	326
331	332	333	334	335	336
341	342	343	344	345	346
351	352	353	354	355	356
361	362	363	364	305	366
411	412	413	414	415	416
421	422	423	424	425	426
431	432	433	434	435	436
441	442	443	444	445	446
451	452	453	454	455	456
461	462	463	464	465	466
511	512	513	514	515	516
521	522	523	524	525	526
531	532	533	534	535	536
541	542	543	544	545	546
551	552	553	554	555	556
561	562	563	564	565	566
611	612	613	614	615	616
621	622	623	624	625	626
631	632	633	634	635	636
641	642	643	644	645	646
651	652	653	654	655	656
661	662	663	664	665	666

(tableau fait à la main, par nos soins.)

1-Peut-on remplacer le chiffre attribué à une partie du corps (1 ou 6) par un autre (2, 3, 4, 5) sans affecter les probabilités ?
Soit un dé à six faces, on remplace dans la règle du jeu le 1 (ou le 6) par le 2 (ou le 3, 4, 5). Cela ne change pas les règles du jeu puisqu'il y a la même probabilité d'avoir un 1 qu'un 2. Il y a une chance sur 6 (faces) d'avoir un 1 ou un 2. (1) (2)

2-Est-il deux fois plus difficile d'obtenir une queue qu'une oreille ?

A l'aide de notre tableau nous avons trouvé les possibilités qui nous intéressaient. Il y a 16 possibilités contenant deux 1 (surlignées en vert) et 91 possibilités contenant au moins un 1 (surlignées en jaune + nombres en vert).
16x2 ≠ 91
Donc il n'est pas deux fois plus difficile d'obtenir une queue qu'une oreille.
91:16 ≈ 5,7
Donc il est 5,7 fois plus difficile d'obtenir une queue qu'une oreille.

3-Quelle est la probabilité de n'effectuer aucune action durant son tour de jeu ?

Encore une fois grâce à notre tableau, nous avons découvert qu'il existe 64 possibilités où le joueur ne peut effectuer aucune action (surlignées en rouge).
Donc il y a 64:216 chances de ne rien faire durant son tour de jeu. (3)

4-Que se passe-t-il si on change le nombre de dés à six faces à lancer ?

Le nombre total de résultats possibles n'est pas proportionnel au nombre de dés mais est multiplié par six lorsqu'on rajoute un dé.
On a :
6 nombres possibles avec 1 dé (1, 2, 3, 4, 5, 6).

36 résultats possibles avec 2 dés. (voir tableau ci-dessous)

1 - 1	2 - 1	3 - 1	4 - 1	5 - 1	6 - 1
1 - 2	2 - 2	3 - 2	4 - 2	5 - 2	6 - 2
1 - 3	2 - 3	3 - 3	4 - 3	5 - 3	6 - 3
1 - 4	2 - 4	3 - 4	4 - 4	5 - 4	6 - 4
1 - 5	2 - 5	3 - 5	4 - 5	5 - 5	6 - 5
1 - 6	2 - 6	3 - 6	4 - 6	5 - 6	6 - 6

216 résultats possibles avec 3 dés. (voir tableau des possibilités page 2)

Les probabilités pour deux et trois dés trouvées ne sont pas proportionnelles car on a :
96 chances sur 216 d'avoir un double avec 3 dés.

Or on a 6 chances sur 36 d'avoir un double avec 2 dés

Et

36x6 = 216
6x6 ≠ 96

Coeff x1,5

Nb de dés	2	3
Probabilités	6/36	96/216

Coeff x2,6

Nous avons découvert et démontré que changer les chiffres du dé n'affecte en aucun cas les probabilités d'acquérir les membres disparates voulus. Nous avons également trouvé qu'obtenir une queue n'était pas deux fois plus difficile que d'obtenir une oreille. Les probabilités pour deux et trois dés trouvées ne sont pas proportionnelles. (4)

Notes d'édition

(1) On dit que le dé est équilibré et qu'il y a équiprobabilité pour tomber sur une des 6 faces.

(2) On ignore volontairement l'effet de la règle « obtenir un 1 permet de rejouer ». Cette règle peut avoir des conséquences en cascade sur les probabilités d'obtenir un élément du cochon, ou celle de ne rien pouvoir faire à son tour de jeu.

(3) On doit en réalité distinguer 2 phases de jeu : celles avant d'obtenir le corps du cochon, et celles après avoir obtenu le corps du cochon. Dans la phase préliminaire, « n'effectuer aucune action » correspond à ne pas obtenir de « 6 » (le corps du cochon) ni obtenir des « 1 » (pouvoir relancer) : ce qui correspond à 64 cas sur 216.
Dans la phase d'assemblage, « n'effectuer aucune action » correspond à ne pas obtenir de « 1 » : cela correspond à (216 - 91) = 125 cas
On peut remarquer que ces règles permettent aux joueurs bloqués dans la phase préliminaire d'avoir plus de chances que ceux déjà en avance !

(4) Il est intéressant de noter que plus il y a de dés, plus il y a de chances d'obtenir « au moins un « 1 » » ; cela permet au joueur de bénéficier d'une relance et de ne pas terminer son tour. De plus, cela augmente la probabilité d'obtenir un « double 1 » (et d'obtenir la queue) ainsi que la possibilité d'acquérir plusieurs éléments dont le coup est 1 au cours d'un seul tour. En d'autres termes : il y a moins de chances de « n'effectuer aucune action ». On peut d'ailleurs relier cette étude à l'analyse proposée par la question 3 (et généraliser ces observations à un jeu avec 2 ou 4 dés).
Conclusion : augmenter le nombre de dés rend le jeu objectivement plus simple.