

# Le carré magique

(Année 2013-2014)

Elèves : **Anaïs GERVAIS 6ème**  
**Armand GARNIER-LE BRETON 6ème**  
**Valentin MAROT 6ème**  
**Erwan BALNOAS-THEODORIADIS 6ème**

Établissements : **Collège Victor Hugo NANTES**  
**jumelé avec le collège Paul Langevin de COUËRON**

Enseignants : **M. GUÉRIN et Mme LE GUYADER**

Chercheur: **Pierre VIDOTTO de la fac de NANTES**

Tout d'abord, **remercions le CNRS** pour son soutien financier dans notre projet Math.en.Jeans.

## **Sujet:**

Le but du carré magique 3x3 est de remplir un carré avec tous les chiffres de 1 à 9. Mais attention : chaque nombre ne doit apparaître qu'une seule fois, et les sommes des chiffres de chaque ligne, de chaque colonne, et de chaque diagonale doivent être égales.

## **Résultats:**

**(1)**

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Il y a d'autres possibilités car nous pouvons inter-changer des lignes ou des colonnes :

2	7	6
9	5	1
4	3	8

2	9	4
7	5	3
6	1	8

8	3	4
1	5	9
6	7	2

6	1	8
7	5	3
2	9	4

6	7	2
1	5	9
8	3	4

8	1	6
3	5	7
4	9	2

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	3	8
9	5	1
2	7	6

## Comment avons-nous trouvé?

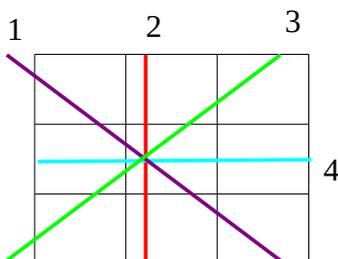
(2)

1:

Nous avons d'abord cherché la somme de chaque ligne, de chaque colonne, et de chaque diagonale. Pour cela, nous avons additionné les nombres de 1 à 9 (on a trouvé 45) puis nous avons divisé le résultat par le nombre de colonnes (3), cela nous donne 15.

2:

Nous avons ensuite cherché le nombre du centre. Il doit apparaître dans 4 sommes de 3 chiffres qui soient égales à 15 :



Nous avons remarqué que lorsqu'on écrit cela: 1 2 3 4 5 6 7 8 9, le 5 est au centre, et est entouré de 4 sommes égales à dix ( $10+5=15$ ) :

- 1+9
- 2+8
- 3+7
- 4+6

Nous pouvons essayer avec le 5 au centre.  
Cela fonctionne :

(3)

4	9	2
3	5	7
8	1	6

## Nos recherches

### 1ère recherche

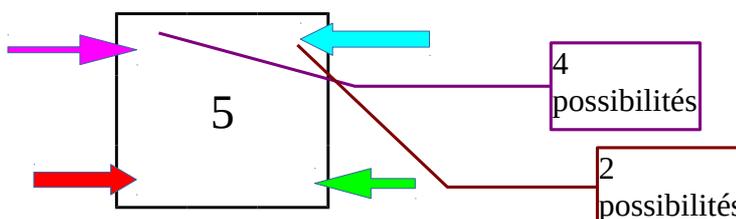
Nous avons cherché pourquoi les nombres pairs étaient dans les coins et non pas les nombres impairs. Nous avons trouvé que si les nombres impairs étaient dans les coins, le 7 et le 9 ne pouvaient pas être dans la même somme : étant donné que  $9+7=16$ , qui est plus grand que 15, cela ne fonctionne pas.

(4)

### 2ème recherche

Nous avons cherché pourquoi il y avait 8 solutions de carrés 3x3, pas plus ni moins.

- 1: Prenons un carré 3x3 avec un 5 :



- **2:** Si nous voulons placer le chiffre en haut à gauche (flèche rose), nous savons qu'il y a quatre possibilités car il y a quatre chiffres pairs.

• Choisissons par exemple le nombre quatre :

• Pour que la somme de cette diagonale soit égale à 15, il faut mettre dans la case en bas à droite (flèche vert clair) un six.

4		
	5	
		6

**3:** Maintenant, si nous voulons placer le chiffre en haut à droite (flèche bleu clair), nous savons qu'il y a deux possibilités car il reste deux coins vides.

4		2
	5	
8		6

• Choisissons par exemple le deux :

• Pour que la somme de cette diagonale soit égale à 15, il faut mettre dans la case en bas à gauche (flèche rouge) un huit.

**Conclusion :** Il y a quatre possibilités pour remplir la case en haut à gauche, et deux possibilités pour remplir la case en haut à droite. Une fois que ces deux cases sont remplies, l'ensemble des cases restantes du carré magique est entièrement déterminé.

Donc cela nous fait quatre fois deux possibilités c'est-à-dire 8 possibilités.

### Notes d'édition

(1) Les auteurs annoncent l'existence d'exactly 8 carrés magiques 3x3, qui sont donnés ci dessus.

(2) Les auteurs démontrent ici que le chiffre au centre d'un carré magique est le chiffre 5.

(3) Les auteurs n'ont pas démontré que seul le chiffre 5 est possible. Le lecteur pourra s'en convaincre en écrivant toutes les autres sommes de 3 chiffres valant 15 et en observant qu'aucun autre chiffre n'apparaît dans quatre sommes.

(4) Les auteurs montrent seulement que le 7 et le 9 ne peuvent être à la fois dans les coins. Pour se convaincre qu'il ne peut y avoir aucun chiffre impair, il faut là encore observé la liste des sommes de 3 chiffres valant 15 : les chiffres impairs n'y apparaissent chacun que deux fois.