LES CARRELAGES

Année 2010

Antoinette

Dounia

Maëva

Sarah

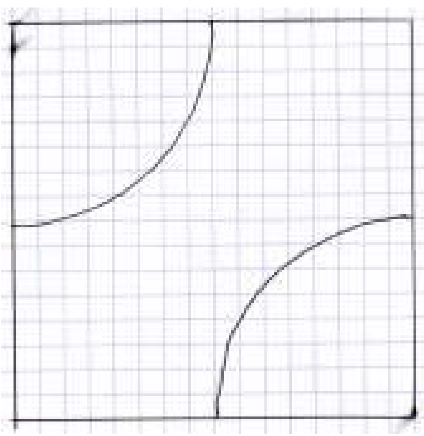
Kelly

Elèves de 4ème du collège Henri Sellier de Bondy

Chercheur : Vivien RIPOLL
Professeurs : S. CAYZAC & Y. GARBEZ

Introduction :

Notre sujet consiste à faire un pavage avec un modèle de carrelage unique : c'est un carreau carré avec à l'intérieur deux quarts de cercle ayant pour centre deux sommets opposés.



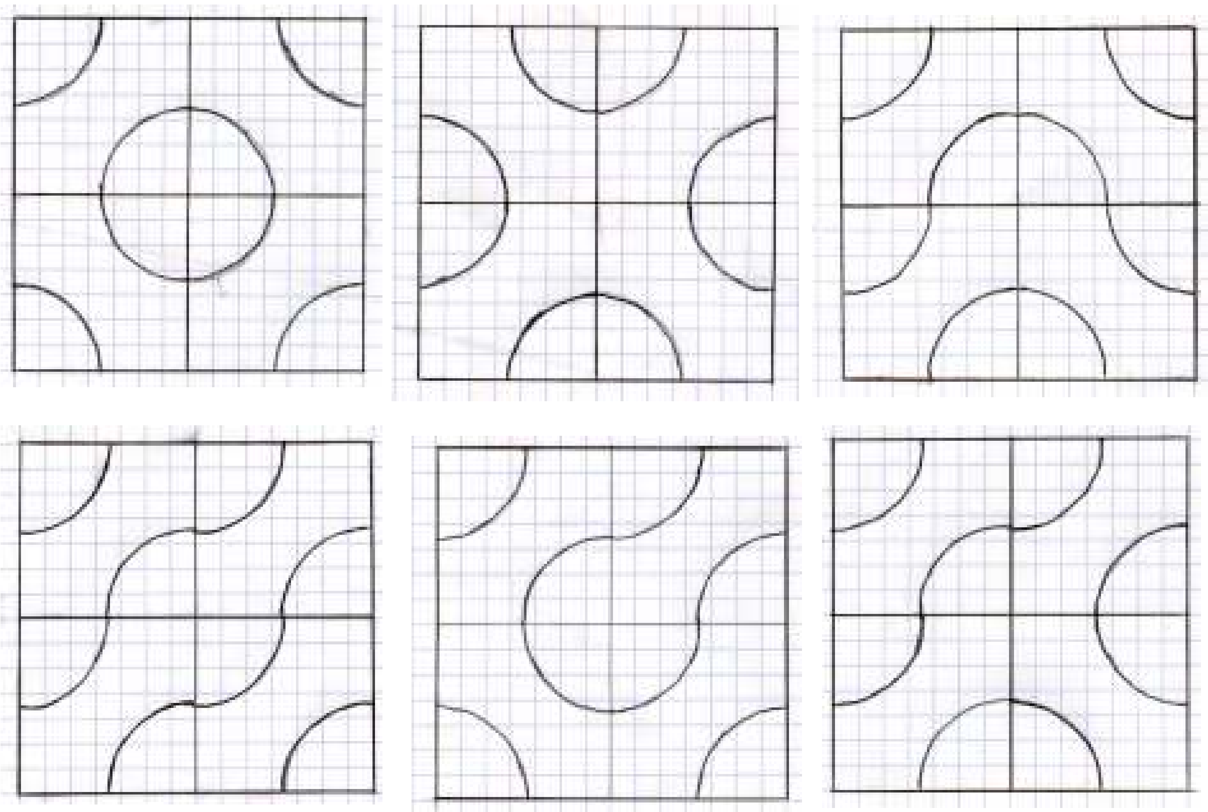
On se propose de compter le nombre de possibilités :

Pavage de taille 2 × 2

Nous avons cherché combien il y avait de façons différentes de poser les
4 carreaux :

Il y a **16 possibilités** ($16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$)

Nous avons ensuite cherché parmi les 16 possibilités, combien de dessins étaient différents à rotation ou symétrie près : **il y en a 6**.



Pavage de taille 2 × 3

Pour un pavage de taille 2 × 3, nous avons commencé par chercher le nombre de possibilités différentes de poser les 6 carreaux, comme pour le 2 × 2.
Contrairement à ce que nous avions fait pour le pavage 2 × 2, nous n'avons pas redessiné toutes les possibilités mais nous avons trouvé une méthode pour calculer directement leur nombre.
Nous avons trouvés 64 possibilités de faire des dessins.

$$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$$

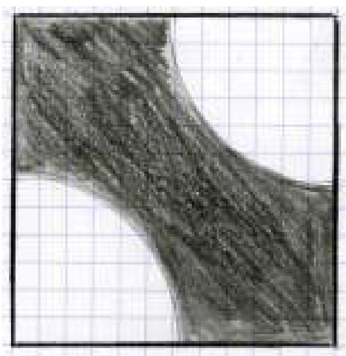
Pavage de taille n × p

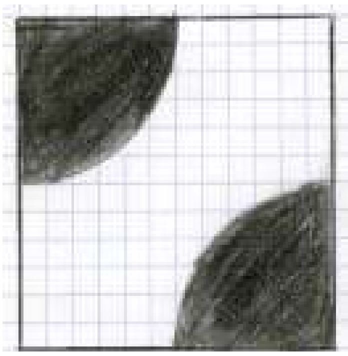
Nous avons imaginé un pavage de taille quelconque, c'est-à-dire avec
n carreaux en longueur et p en largeur.
Pour calculer le nombre de possibilités différentes pour un tel pavage,
on fait $2^{n \times p}$.

- « 2 » correspond au nombre de possibilités de tourner un carreau.
- Et on fait n × p pour connaître le nombre de carreaux que peut contenir le pavage.

Les carrelages en couleur

Nous avons décidé ensuite de colorier les carrelages de deux façons différentes (noir ou blanc). Le problème que nous nous sommes posé a alors été de savoir si on pouvait toujours faire un pavage « joli ». C'est-à-dire, avoir du noir face à du noir et du blanc face à du blanc. Voici ci-dessous les deux carreaux de base en couleur (à gauche un « noir » et à droite un « blanc »).





Pavage de taille 2 × 2 :

Pour choisir les 4 carreaux parmi les blancs et les noirs, il y a 5 possibilités différentes. On peut prendre 0 noir et 4 blancs ou bien 1 noir et 3 blancs ou bien 2 noirs et 2 blancs ou bien 3 noirs et 1 blanc ou enfin 4 noirs et 0 blancs.

Cas général :

Pour choisir un nombre N de carreaux parmi les blancs et les noirs il y a N + 1 possibilités.

Résultat

Indépendamment de la taille du pavage et du choix du nombre de carrelage blancs et noirs, il est toujours possible de faire un pavage « joli ». C'est-à-dire, toutes les parties coloriées face aux parties coloriées (à l'exception des bords du pavage !).