

Carré magique

AKRITCHE Caroline, BODENHEIMER Adrien,
BOISSEAU Lorena, DAUBE Victor, DONADA VIDAL
Garance, ELOUEDJ Mohamed, GOUE Anais,
MALON Inola, MARYNIAK Clothilde, PERRIER
Julien, PRIOU Joseph (5ème)

Collège Moulin des Prés à Paris
Enseignant(s) : Nadine OURTHIAGUE et Matthieu
ROBEQUAIN
Chercheur : Melle DAADAA

Sujet

6	7	2
1	5	9
8	3	4

Un carré magique est un carré subdivisé en n^2 petits carrés identiques, dont chacun contient un nombre de 1 à n^2 tel que les propriétés suivantes soient vérifiées :

- chaque nombre entre 1 et n^2 apparaît dans un seul petit carré.
- la somme des nombres dans chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale, a la même valeur.

But du projet :

Trouver une méthode pour placer les nombres de 1 à n^2 dans le carré de telle manière qu'il devienne magique.

Mots-clés

CARRÉ MAGIQUE, PARITÉ, SOMME

Carré magique 3 × 3

La somme des nombres dans chaque colonne est 15. [Car la somme des 9 premiers entiers est $45 = 3 \times 15$]

On place le 5 au centre.
[(?) est-ce obligatoire ?]

	5	

On place les chiffres pairs et impairs ainsi :

P	I	P
I	I	I
P	I	P

On place ensuite les nombres par couple : 1 et 9, 2 et 8, 3 et 7, 4 et 6.

En ajoutant 5 à chaque couple, on obtient 15.

[?] On commence par placer les nombres pairs dans les coins.
Par exemple on place les plus grands nombres en haut. Puis on place le 4 et le 2.

8		6
	5	
4		2

Et enfin, les nombres impairs de façon à obtenir 15 :

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Carré magique 5 × 5

Pour le carré magique de 5×5 :

- [?] la somme des colonnes, lignes ou diagonales est 65. [car la somme des 25 premiers entiers est 5×65]
- le nombre central est 13. [condition nécessaire?]
- la disposition des nombres pairs et impairs

I	P	I	P	I
P	P	I	P	P
I	I	I	I	I
P	P	I	P	P
I	P	I	P	I

est la suivante (ci-contre) :

Pour compléter ce carré plus facilement, nous le divisons en 3 couronnes.

1ère couronne : Le 13 est placé.

[(?) est-ce obligatoire ?]

2ème couronne : [Sur les lignes qui passent par la case centrale], nous devons placer des groupes de 4 nombres dont la somme sera toujours 52 ($52 + 13 = 65$).

Pour faciliter ce travail, nous formons des couples, dont la somme est toujours 26 (moitié de 52).

- 1 - 25
- 2 - 24
- 3 - 23
- 4 - 22
- 5 - 21
- 6 - 20
- 7 - 19
- 8 - 18
- 9 - 17
- 10 - 16**
- 11 - 15**
- 12 - 14**

Les 8 nombres qui sont le plus proche de 13 (en gras dans la liste) sont placés dans la deuxième couronne :

On suit [pour cela] la même méthode que pour compléter le carré 3x3. (ce qui revient à ajouter 8 à chaque case du carré 3x3).

	16	9	14	
	11	13	15	
	12	17	10	

3ème couronne : Nous commençons par placer dans les coins les nombres les plus grands et impairs et celui qui leur correspond (1 pour 25 et 3 pour 23)

Ensuite, nous continuons par le milieu des cotés où il y a le 25 (cases grises)

25				23
	16	9	14	
	11	13	15	
	12	17	10	
3				1

✶ Pour calculer le nombre entre le 25 et 23 :

$25 + 23 + 13 = 61$
 $6 + 1 = 7$, qui va avec le 19

Pour calculer le nombre entre le 25 et 3 : même méthode :

$25 + 3 + 3 = 41$
 $4 + 1 = 5$ qui va avec le 21.

25				23
	16	9	14	
	11	13	15	
	12	17	10	
3				1

Il reste 4 couples à placer.

- 2 - 24, 4 - 22, 6 - 20, 8 - 18.

Pour finir, on calcule la somme des nombres déjà placés et la somme manquante pour avoir le total de 65.

25		7		23	→	10
	16	9	14			
5	11	13	15	21		
	12	17	10			
3		19		1	→	42
↓				↓		
32				20		

- Lorsque la somme manquante est 10, il y a deux possibilités en utilisant les nombres qu'il nous reste : le 2 et le 8 ou le 6 et le 4, il faut les départager, par élimination.

- Lorsque la somme manquante est 20, il y a une seule possibilité : le 18 et le 2

On les place ainsi que le nombre qui leur correspond (8 pour 18 et 24 pour 2)

25		7		23
8	16	9	14	18
5	11	13	15	21
24	12	17	10	2
3		19		1

- Maintenant, lorsque la somme manquante est 10, il reste une seule possibilité : le 6 et 4

On les place ainsi que le nombre qui leur correspond (20 pour 6 et 22 pour 4)

25	6	7	4	23
8	16	9	14	18
5	11	13	15	21
24	12	17	10	2
3	20	19	22	1

On a obtenu un carré magique 5 x 5.
