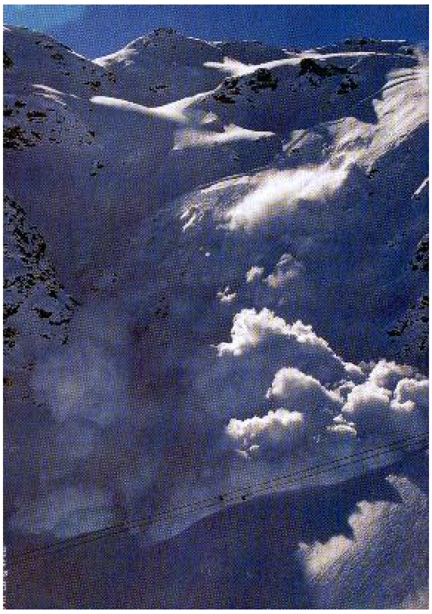
AMOROS Benoît **2005**
BLANC Frédéric
JOBARD Clément
Lycée d'altitude de Briançon

L'ARVA
ou
L'optimisation de recherche en avalanche

Habitant dans les Hautes-Alpes, nous avons pensé qu'il aurait été intéressant de travailler sur un sujet propre à la montagne tout en conservant bien sur l'aspect mathématique...
L'ARVA remplissant ces conditions, nous nous sommes posés le problème suivant:

Comment optimiser la recherche d'une victime



prise dans une avalanche.

Tout d'abord nous allons présenter le système que nous avons étudié pendant les séances de Maths en jeans: L'ARVA.

L'ARVA est en fait un émetteur/récepteur: lorsque on fait du ski en zone d'avalanche (hors piste), l'ARVA est en position émetteur.

Si un skieur est pris dans une avalanche, les sauveteurs mettent leurs ARVA en position recherche:ils obtiennent un signal sonore (bip).

Plus l'émetteur est proche, plus le signal reçu par le chercheur est fort.

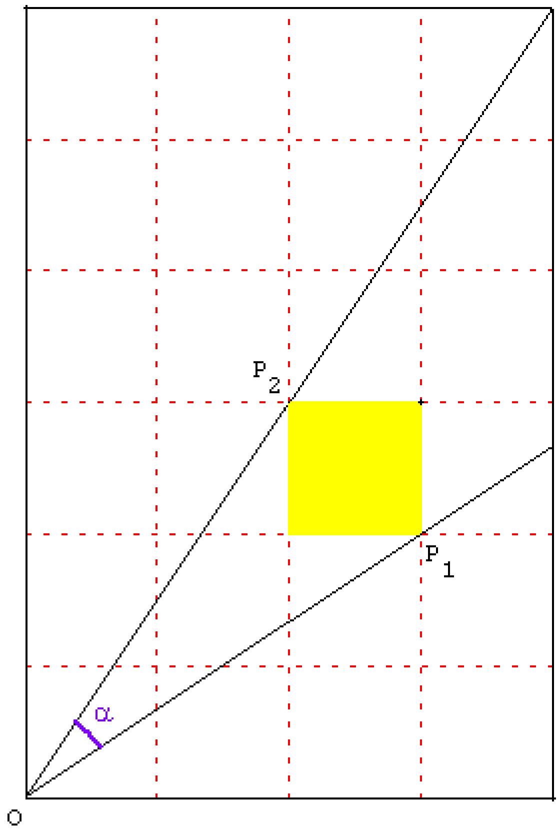
LA PORTEE DE L'EMETTEUR N'EST PAS INFINIE (environ 40 mètres).

Le but est de tirer la victime sans avoir à sonder une grande superficie sachant qu'au bout de 15 minutes les chances de survie diminuent de 75% ...

Comment peut-on alors optimiser la recherche pour trouver l'ARVA le plus rapidement possible?

Nous avons schématisé l'avalanche en un rectangle de dimension quelconque mais pas un carré !!!

C'est dans ce rectangle (préalablement découpé en carrés d'une unité de côté) que nous allons travailler. Pour simplifier la recherche, nous nous sommes limités à une avalanche représentée par un rectangle de six unités de longueur et quatre unités de largeur. Nous partons du point en bas à gauche.



Partie1:

Nous avons cherché une loi de probabilité nous permettant d'évoluer dans ce rectangle.

Pour chaque carré de l'avalanche, nous avons mesuré l'angle α à partir duquel on voyait l'intégralité de ce carré, c'est-à-dire l'angle P_1OP_2.

Ainsi, en divisant α par l'angle prenant la totalité de l'avalanche (autrement dit 90 degrés) nous avons pu établir la probabilité de passer par un carré en prenant une trajectoire droite aléatoire au début.

12,56%	13,71%	13,92%	13,43%
15,59%	16,95%	16,74%	15,59%
20,48%	21,83%	20,48%	18,06%
29,51%	29,51%	**25,13%**	20,48%
50,00%	40,96%	29,51%	21,83%
100,00%	50,00%	29,51%	20,48%

Par exemple, le 25,13 % est la probabilité de trouver la victime dans ce carré du premier coup,si l'on prend une trajectoire rectiligne aléatoire en partant de O (0,0)

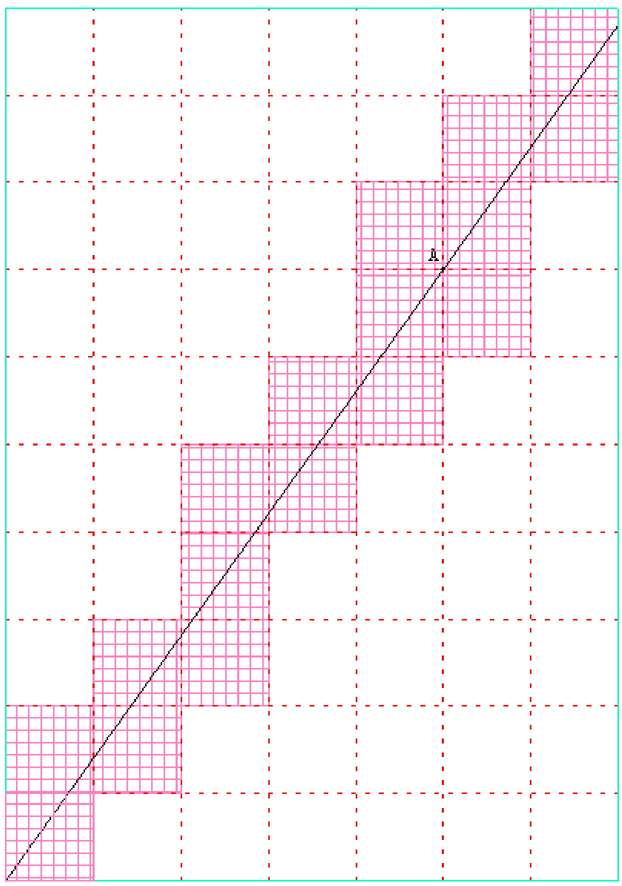
Partie 2:

Nous avons changé de point de vue, nous cherchons maintenant à recouvrir tous les carrés de l'avalanche avec le chemin le plus court possible.

On sait définir la diagonale qui passe par le plus de carrés possibles en divisant la distance du plus grand coté de l'avalanche par le plus petit. Ainsi on obtient un pourcentage, on le compare dans notre tableau en choisissant la valeur la plus proche qui nous permet de commencer à tracer le début de la diagonale « parfaite ». Il suffit en suite de la prolonger.

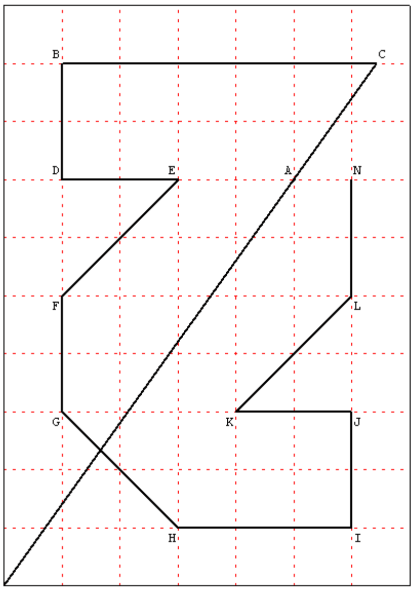
Largeur	3	4	5	6	7	8
Hauteur						
3	100,0%					
4	75,0%	100,0%				
5	60,0%	80,0%	100,0%			
6	50,0%	66,7%	83,3%	100,0%		
7	42,9%	57,1%	71,4%	85,7%	100,0%	
8	37,5%	50,0%	62,5%	75,0%	87,5%	100,0%
9	33,3%	44,4%	55,6%	66,7%	77,8%	88,9%

Pour un rectangle de 7 sur 10, nous avons 7/10=0,70.
Dans notre tableau la valeur la plus proche de 70% est 71,4% obtenue pour le point



A(5;7). La diagonale « parfaite » est alors la droite (OA)

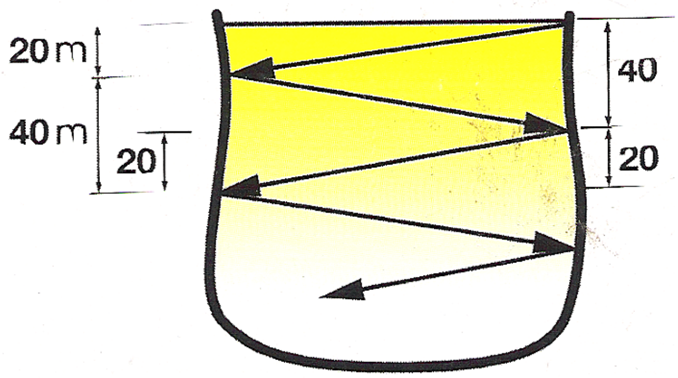
A partir de là, nous traçons instinctivement une trajectoire qui nous semble la plus courte possible.

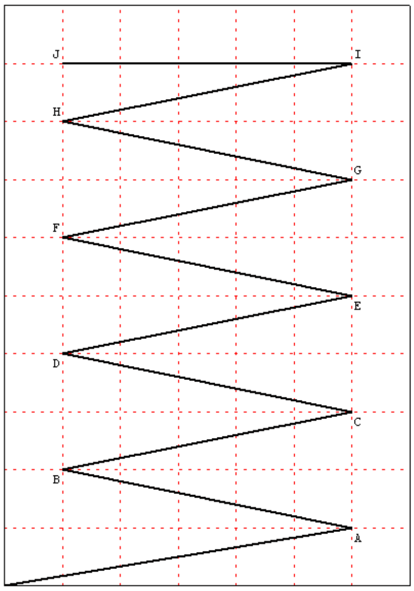


Nous découvrons que notre parcours est de 39,97.

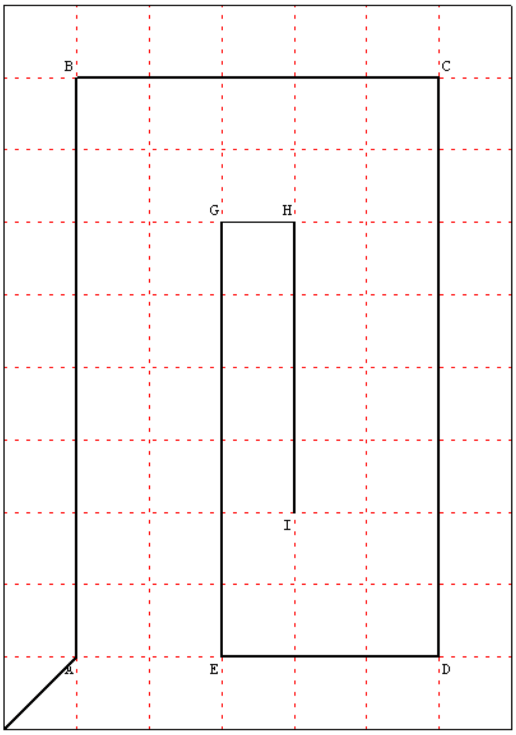
Deuxième type de trajectoire:
Le zig-zag.
Type de trajectoire utilisé dans les cas réels et concrets

Il faut donc trouver un deuxième type de trajectoire afin de les comparer et savoir, par la suite, lequel est le plus court.





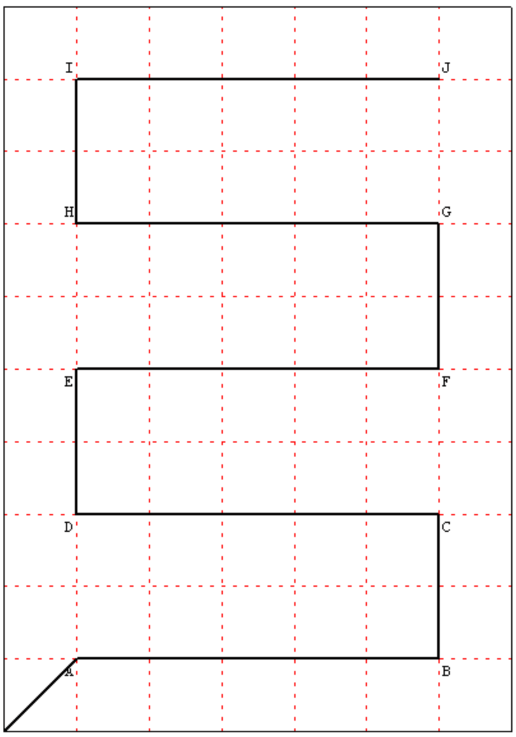
Dans ce cas, le parcours est de 51,87, soit presque 30% de plus (29,77 %)



Nous avons eu ensuite l'idée d'étudier un troisième type de trajectoire: LA SPIRALE

Dans ce dernier cas, le parcours fait 36,41. Soit 9% de mieux que notre premier trajet.

Quatrième essai: Solution de Pézenas
Suite au congrès à Jussieu, nos collègues de Pézenas nous ont proposé une trajectoire



en zig-zag plus courte.
Cette solution mesure 34,41. C'est la meilleure actuellement.