A.R.U.I.: Achieved Research Unit Investigations

Année 2013- 2014

Noms et Prénoms des élèves : ***Elisa Cox, Nadia El Yousefi, Emma Lefebvre et Daniel Farkas (Terminale)***

Établissements: ***Athénée Royal d'Uccle I – Bruxelles (Belgique)***

Enseignant : ***Alain DROESBEKE***
Chercheur(s) ou Chercheuse(s) avec leur université : -

Présentation du sujet

La théorie des graphes concerne des sujets fort variés et fort différents. Dans le cadre de ce projet, l'équipe de l'A.R.U. s'est intéressée à la résolution d'énigmes policières à l'aide de la théorie des graphes.

Annonce des conjectures et résultats obtenus

Comment arrêter un kidnappeur d'enfants sur une île isolée ? Comment retrouver l'auteur d'un vol de tableau dans un grand musée bruxellois ? Comment démasquer l'auteur du vol des examens de mathématiques à l'Athénée d'Uccle ? Comment expliquer la réussite de l'évasion spectaculaire de quatre dangereux malfaiteurs de la prison de haute sécurité de Tracalzar ? La théorie des graphes va nous aider dans notre recherche…

1. Introduction

Dans un monde où les crimes et délits sont de plus en plus fréquents, les membres de l' "A.R.U." (Achieved Resarch Unit) utilisent la théorie des graphes pour résoudre ses enquêtes.
Un graphe est un ensemble de points (sommets ou nœuds) dont certaines paires sont reliées par un ou plusieurs liens (arêtes si le lien est non orienté ou arcs dans le cas contraire). Dans un graphe non orienté, un cycle est une suite d'arêtes consécutives dont les deux sommets extrémités sont identiques. Un graphe pondéré est un graphe dont les arêtes sont affectées d'un poids (temps, distance, coût, …).
Voici les résultats de quelques-unes de leurs enquêtes.

2. Kidnapping sur une île

Un enfant a été enlevé sur une île pendant la nuit. Sur cette île, des enfants orphelins avaient la chance de passer des vacances. Ils avaient à leur disposition dix maisons pour y loger et la seule contrainte qu'ils avaient était de ne pas sortir de leur maison pendant la nuit.
On ne sait pas d'où le kidnappeur est parti, où il se cache ni le trajet qu'il a parcouru. Mais on sait qu'il est toujours sur l'ile.
L'ile comporte dix maisons et quatre grottes. Le kidnappeur pourrait se cacher dans un de ces lieux. Pour faciliter la surveillance, il y a des détecteurs de mouvements (lettre D sur le plan) qui quadrillent l'ile. Ces détecteurs émettent des faisceaux (traits jaunes sur la carte) et dès qu'un faisceau est traversé, la centrale relève un mouvement pour le numéro du détecteur correspondant. Il y a douze détecteurs sur l'ile mais également un poste d'activation (maison rouge sur la carte) afin d'activer les détecteurs le soir et les désactiver le matin. Enfin, à côté de la grotte dans le nord de l'ile, se trouve un port par lequel doit passer le gardien chargé de l'activation et la désactivation des détecteurs.

Figure 1: Plan de l'ile (1)

Inspecter les différents endroits où pourrait se cacher le kidnappeur prendrait beaucoup trop de temps. Dès lors, pour retrouver l’enfant au plus vite, nous allons utiliser le relevé des détecteurs de la nuit.

Détecteur n°	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Nombre de passages	3	1	3	3	1	3	0	2	2	3	2	1

Tableau 1: Tableau des relevés des détecteurs

Comme, le matin, le gardien vient désactiver les détecteurs sur l’ile (ce n’est pas faisable à partir de la centrale), il doit passer par le port et se rendre au poste. Pour cela il est obligé de passer devant le détecteur 1, et ce dernier a donc compté trois mouvements dont un est explicable. Le relevé de la nuit des mouvements inconnus est donc le suivant : (2)

Détecteur n°	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Nombre de passages	***2***	1	3	3	1	3	0	2	2	3	2	1

Tableau 2: Tableau des relevés des détecteurs corrigé

Grâce à ce relevé, nous pouvons construire un graphe. Pour le construire, nous partageons l’ile en plusieurs zones, de façon à ce que chaque zone soit encadrée par des détecteurs. La disposition des maisons est telle que la zone E contient toutes les entrées des maisons qui l’encadrent.

Figure 2: Zones de l'ile (3)

Pour passer d’une zone à l’autre, on est obligé de passer devant un détecteur. Prenons pour sommets du graphe les différentes zones et les mouvements détectés comme arêtes. Si nous prenons par exemple les zones A et B, nous voyons qu'elles sont séparées par le détecteur 1. Celui-ci ayant relevé deux mouvements, nous pouvons donc dessiner deux arêtes entre A et B. Les zones B et C sont séparées par le détecteur 2, lequel a détecté un mouvement, il y aura donc une arête entre les sommets B et C du graphe. Et ainsi de suite… Nous pouvons donc dessiner un graphe représentant tous les déplacements à partir des différentes zones.

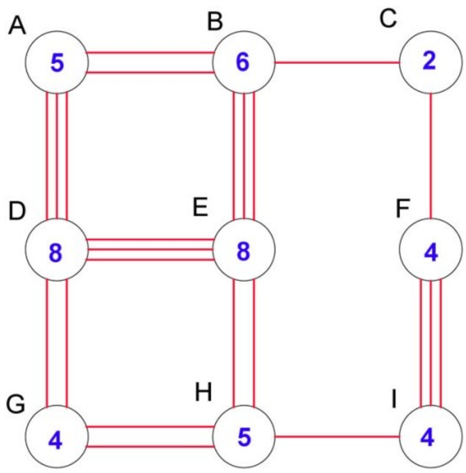


Figure 3: Graphe relatif au kidnapping (4)

De là, nous pouvons trouver quelle est la zone de départ et quelle est la zone d'arrivée. En effet, nous pouvons d'ores et déjà éliminer les sommets dont la somme des mouvements est paire. Elles ne constituent que des zones « de passage » : lors d'un trajet, à n'importe quel point d'intersection, nous pouvons observer que le nombre d'entrées est égal au nombre de sorties. La somme des mouvements venant de cette zone sera donc toujours paire. (5)

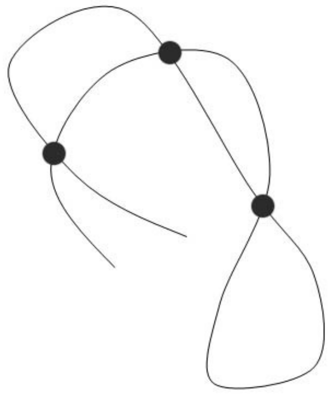


Figure 4: Nombre d'entrées-sorties dans un circuit

Au vu de la figure 3, nous pouvons donc supprimer les zones B, C, D, E, F, G et I. Il nous reste les zones A et H.
Nous savons que le kidnappeur est parti d'une maison, la zone A ne peut donc être que la zone de départ et le kidnappe**u**r se trouve forcément dans la grotte de la zone H. (6)

3. Vol de tableau au musée des Beaux-Arts de Bruxelles

Lors d'une soirée d'exposition au Musée des Beaux-Arts, un précieux tableau a été dérobé avant l'arrivée du public. Les enquêteurs disposent des indices suivants:

- Ce soir-là, 17 gardes se sont présentés au musée, mais seuls 16 d'entre eux ont pris leur poste de surveillance. La première déduction des enquêteurs est que l'un des 17 gardes est le voleur.
- Les gardes étaient répartis en 3 zones de surveillance : la zone A, la zone B et la zone C (occupées respectivement par 3, 6 et 7 gardes)
- Par respect pour leurs collègues, les gardes n'ont ni voulu dévoiler la zone dans laquelle ils ont travaillé, ni le nom de leurs coéquipiers de ce soir-là. Ils ont uniquement accepté de donner les noms de 4 gardes avec lesquels ils n'avaient pas travaillé.

Sur la base de ces informations, les enquêteurs ont d'abord dressé un tableau. Celui-ci reprend chaque garde, et pour chacun, la liste des gardes avec qui il n'a pas travaillé (en prenant en compte les noms que le garde avait cités et ceux par qui il avait été lui-même cité).

Gardien	n'a pas travaillé avec	Total
A	B – F – G – H – I – M – O	***7***
B	A – C – G – H	4
C	B – D – G – J – K – M	6
D	C – E – N – P – Q	5
E	D – F – G – H – K – O	6
F	A – E – G – H	4
G	A – B – C – E – F – I – J - K	***8***
H	A – B – E – F – I – K	6
I	A – G – H – J – K – L	6
J	C – G – I – L – P	5
K	C – E – G – H – I – L – Q	***7***
L	I – J – K – M – N – O	6
M	A – C – L – N – P	5
N	D – L – M – O – P – Q	6
O	A – E – L – N – Q	5
P	D – J – M – N	4
Q	D – K – N - O	4

Tableau 3: Témoignage des gardiens

Dans ce tableau, certains gardes paraissaient plus suspects que d'autres en raison du nombre, plus élevé que la moyenne, de gardes avec qui ils n'ont pas travaillé. Mais les enquêteurs ne peuvent pas se baser sur ce raisonnement car il n'apporte aucune preuve fondée. Les enquêteurs ont alors construit le graphe de la figure 5.

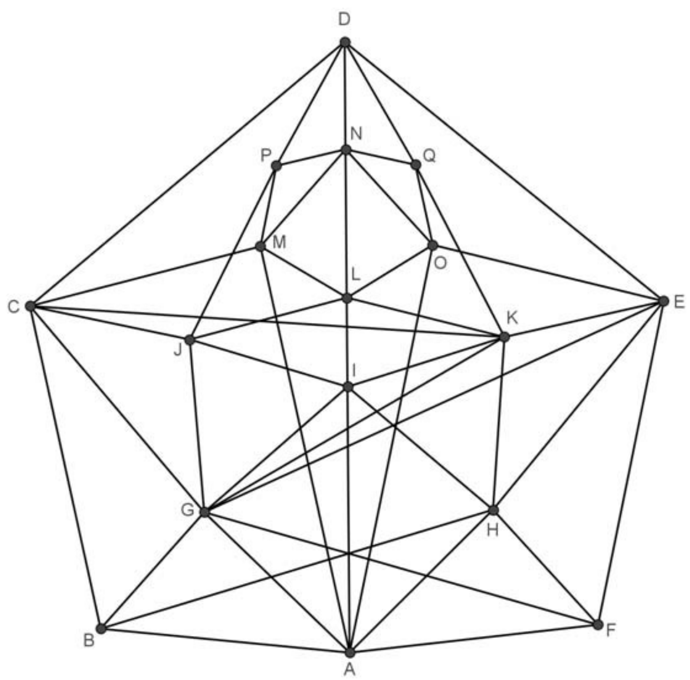


Figure 5: Graphe relatif au vol du tableau

Chaque sommet représente un garde et chaque arête le lien "*n'a pas travaillé avec*".
Les enquêteurs décident de s'aider de la coloration des sommets d'un graphe afin de résoudre leur enquête. Colorer les sommets d'un graphe consiste à attribuer une couleur à chaque sommet, de manière à ce que deux sommets reliés par une arête n'aient pas la même couleur.
Dans notre enquête, chaque couleur représente une zone de surveillance, nous utiliserons donc 3 couleurs. En se basant sur cette théorie de coloration des graphes, les enquêteurs ont rapidement remarqué deux portions du graphe (celle des sommets A, B, C, G, I et J et celle des sommets A, E, F, H, I et K) qui posent problème, car elles sont impossibles à colorer avec uniquement 3 couleurs. En effet, dans le cas des sommets A, B, C, G, I et J, on obtient le graphe coloré suivant :

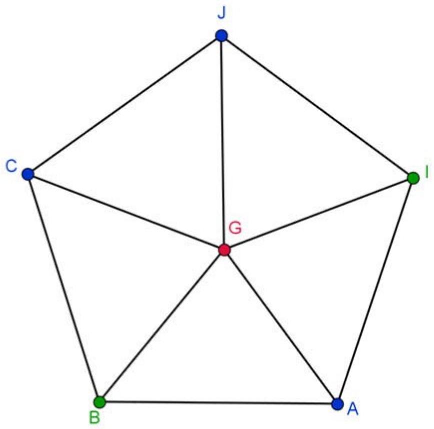


Figure 6: Sommets A, B, C, G, I et J colorés

Deux sommets sont communs à ces deux portions du graphe : A et I. Le voleur est soit A, soit I.

Afin de résoudre leur problème, les enquêteurs ont momentanément retiré A et I du graphe (et donc également les arêtes qui relient ceux-ci à d'autres sommets) dans le but de colorer le reste du graphe. Ils ont d'abord repris les deux portions du graphe qui posaient problème, les ont mises en commun (sans A et I, car il existait tout de même d'autres arêtes reliant des sommets de ces deux portions) et ont coloré cette portion (composée de 8 gardes) par simple logique et avec uniquement 3 couleurs. Notons que la couleur initialement choisie est arbitraire et est, dans ce cas, le bleu attribué au sommet B. (7)
Les enquêteurs ont ensuite réintroduit A et I dans cette portion afin de déterminer la couleur qu'ils auraient eue s'ils étaient innocents (NB: L'un des deux est bien innocent, il est donc utile de connaître sa couleur!). On en déduit que A et I ont la même couleur (rose dans ce cas-ci).

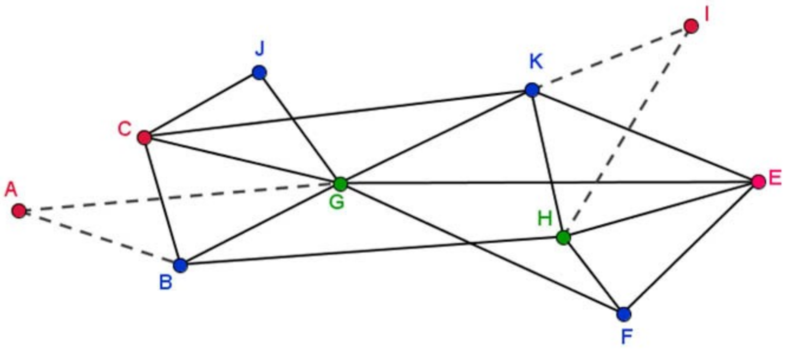


Figure 7: Sous graphe A, B, C, E, F, G, H, I, J, K coloré

Les enquêteurs sont finalement arrivés à ce total-ci:

- 3 sommets roses (dont A ou I)
- 4 sommets bleus
- 2 sommets verts
- un coupable incolore.

Les enquêteurs ont ensuite décidé d'étudier les 7 gardes restants du graphe. Afin de résoudre leur enquête, ils ont décidé d'essayer de colorer la portion du graphe regroupant ces 7 gardes, dans le but d'arriver à la bonne répartition du nombre de gardes par zone de surveillance (à savoir 3 gardes dans la zone A, 6 gardes dans la zone B et 7 gardes dans la C).

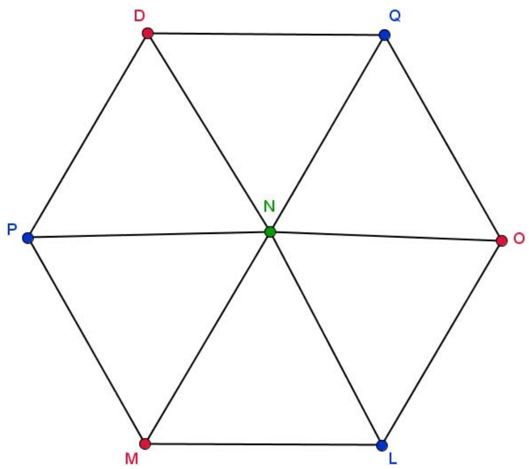


Figure 8: Sous graphe D, L, M, N, O, P, Q coloré

Ils ont donc simplement essayé les 3 cas possibles et sont finalement arrivés à cette conclusion : le sommet N doit être coloré en vert afin d'obtenir la bonne répartition du nombre de garde dans chaque zone. La répartition était la suivante :

- 3 sommets verts (Zone A)
- 6 sommets roses (Zone B)
- 7 sommets bleus (Zone C)

Pour finalement déterminer qui de A ou de I était le coupable, il a suffi aux enquêteurs de reprendre leur graphe entier coloré (Pour l'instant sans A ni I) et d'essayer ensuite d'y introduire A ou I afin de voir lequel des deux pose réellement problème.
En introduisant I dans le graphe, il s'est avéré que celui-ci était relié par une arête au sommet L, alors qu'ils étaient tous deux de même couleur. Tandis qu'en réintroduisant A dans le graphe, aucun problème n'est apparu.

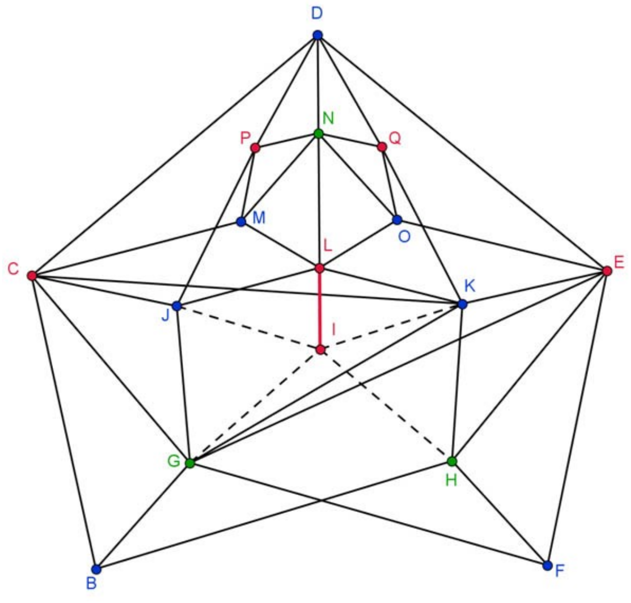


Figure 9: Graphe complet coloré avec I

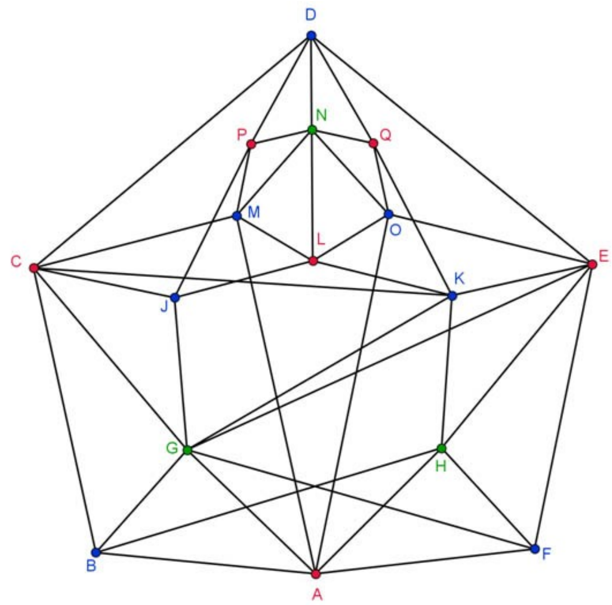


Figure 10: Graphe complet coloré avec A

I est donc notre voleur.

Grâce à cette technique de coloration des graphes, les enquêteurs ont non seulement pu trouver le voleur, mais ont également pu déterminer la zone dans laquelle chaque garde avait travaillé, information que les gardes avaient refusé de donner.

4. Vol d'examens de mathématique à l'ARU 1

La session d'examens de décembre approche et les professeurs doivent remettre leurs questionnaires aux archives. Pour cela, l'école prévoit 2 journées durant lesquelles 7 professeurs (faisant partie d'une liste) ont accès aux archives : Mme Jamsin, Mr Zimmermann, Mme Melotte, Mme Pignon, Mme Thys, Mr Dussart et Mr Honnay.
Les archives sont composées de deux salles qui sont ouvertes de 8h à 18h et mises sous alarme à la fermeture de la loge où se trouvent les toilettes et la salle des archives qui ne contient que des étagères. A l'entrée de la loge, les professeurs se présentant sont cochés sur la liste et à la porte des archives se trouve un poste où les professeurs sont fouillés à l'entrée et à la sortie.

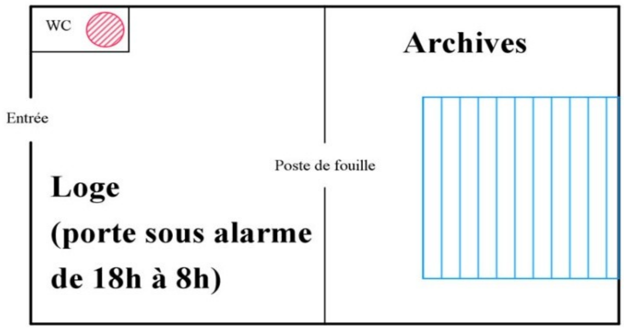


Figure 11: Plan de la salle des archives

A la fermeture et à l'ouverture de la salle, tout est fouillé même les toilettes mais il y a une bouche d'aération qu'on ne fouille pas car elle est trop petite pour qu'une personne s'y cache. Les gardes ne fouillent qu'entre les étagères de la salle des archives et pas dans les étagères. Le matin à 9h30, il y a un changement de gardes.
En ce lundi matin, la nouvelle se répand comme une déflagration : on a volé les copies d'examens. D'après les premiers éléments de l'enquête, le voleur se serait rendu le premier jour aux archives, aurait attendu la fermeture en étant caché dans l'étagère et aurait caché le dossier dans la bouche d'aération une fois la nuit tombée. Le voleur aurait attendu le changement de garde pour se faufiler hors de sa cachette et il serait revenu plus tard dans la journée pour être coché sur la liste de présence. (8)
En interrogeant les suspects, nous pouvons dresser deux tableaux (un par jour) montrant les personnes qui se sont croisées.

	Jamsin	Zimmermann	Melotte	Pignon	Thys	Dussart	Honnay
Jamsin			X	X	X		
Zimmermann							
Melotte	X			X			
Pignon	X		X		X	X	X
Thys	X			X			X
Dussart				X			X
Honnay				X	X	X	

Tableau 4: Témoignages du jeudi

	Jamsin	Zimmermann	Melotte	Pignon	Thys	Dussart	Honnay
Jamsin		X			X		X
Zimmermann	X			X			X
Melotte				X	X		X
Pignon		X	X		X		X
Thys	X		X	X			
Dussart							
Honnay	X	X	X	X			

Tableau 5: Témoignages du vendredi

Malheureusement nous ne pouvons rien conclure de ces tableaux. Nous allons étudier la situation au moyen de graphes d'intervalles.
Ces graphes sont des graphes d'intersections d'intervalles de temps. Etant donné un ensemble I d'intervalles, nous pouvons lui associer le graphe d'intervalles de sommets V et d'arêtes E; deux

sommets x et y sont reliés si et seulement si les intervalles associés à ces sommets se croisent sur la ligne de temps.

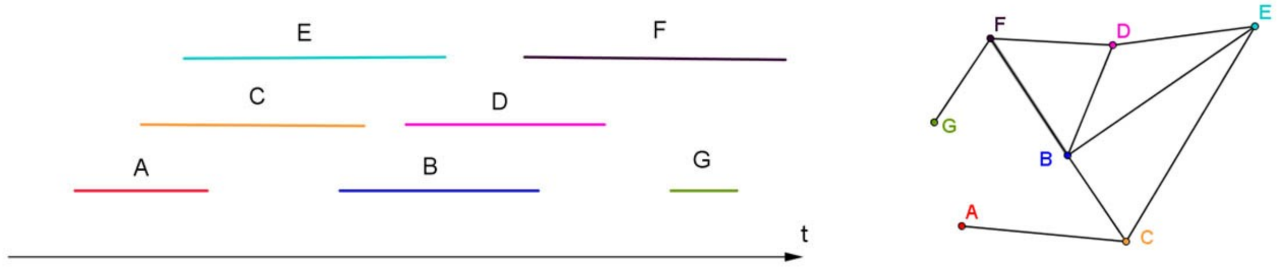


Figure 12: Exemple de graphe d'intervalles (9)

Nous allons construire deux graphes, un pour le jeudi et un pour le vendredi, basés sur les tableaux des témoignages. Chaque suspect sera représenté par un sommet du graphe et une croix dans le tableau (qui indique que les personnes se sont croisées) sera représentée par une arête liant les deux sommets concernés.

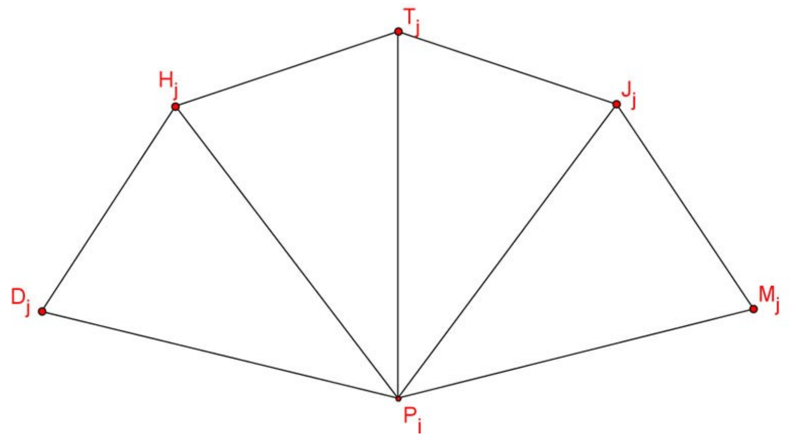


Figure 13: Graphe d'intervalles du jeudi

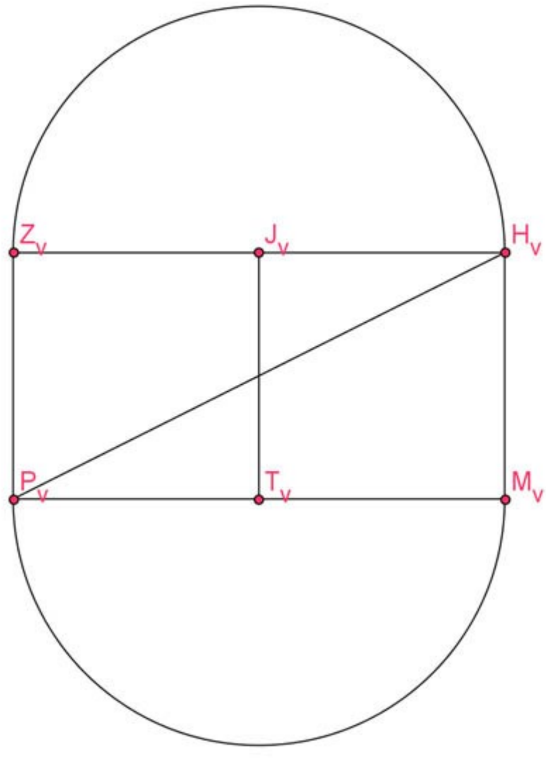


Figure 14: Graphe d'intervalles du vendredi

Pour commencer, intéressons nous au graphe de jeudi. Celui ci nous permet d'innocenter un de nos sept suspects : Madame Thys. En effet, d'après notre hypothèse, le voleur est la dernière personne à être aux archives et nous pouvons démontrer que Madame Thys n'est en aucun cas la dernière personne présente aux archives. Sur notre graphe, nous voyons que Madame Thys a croisé Monsieur Honnay et Madame Jamsin mais que ces derniers ne se sont pas croisés. Donc, cette situation peut être interprétée de deux manières différentes: soit Monsieur Honnay est parti avant l'arrivée de Madame Jamsin, soit il est arrivé après le départ de Madame Jamsin. De ces deux situations nous pouvons conclure que Madame Thys est innocente. (10)

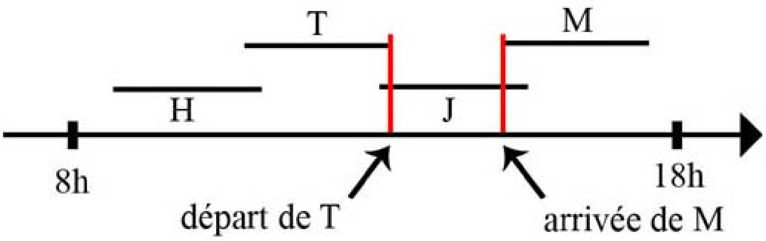


Figure 15: Intervalles de temps (jeudi) - Situation 1

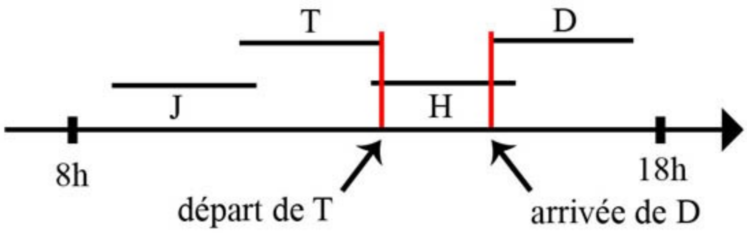


Figure 16: Intervalles de temps (jeudi) - Situation 2

Maintenant, il nous faut étudier le graphe de vendredi. Une propriété des graphes d'intervalles précise qu'il n'existe, dans un graphe d'intervalles, aucun cycle de plus de 3 arêtes et sans raccourci (cela est dû à la linéarité du temps).
Dans l'exemple suivant, nous pouvons représenter, dans un graphe, les intervalles A, B et C mais pas le D.

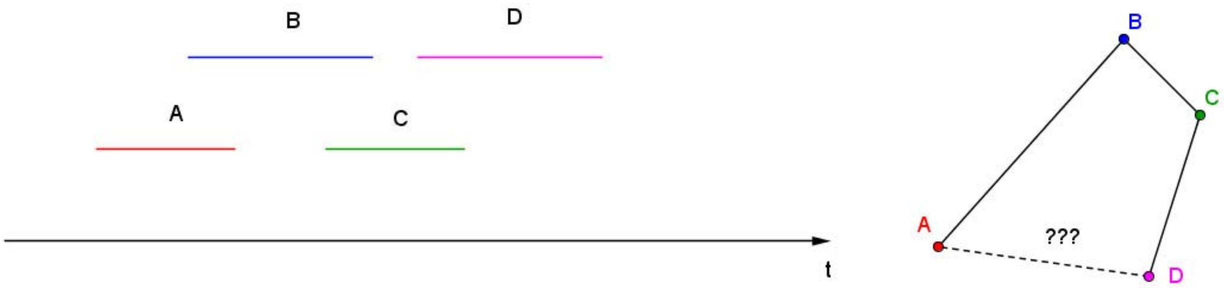


Figure 17: Propriétés des graphes d'intervalles

Nous remarquons que le graphe de vendredi contient deux carrés, qui sont des cycles de plus de 3 arêtes sans raccourcis. Il y a donc un problème avec ce graphe. En nous intéressant premièrement au carré de gauche, nous observons une incohérence dans la représentation des intervalles de temps. En effet, nous devons modifier la représentation afin qu'elle soit cohérente. On constate donc qu'un suspect s'est rendu plus d'une fois aux archives.

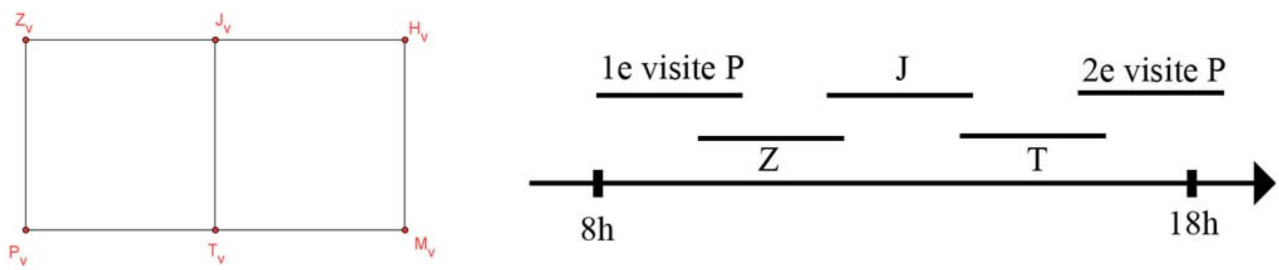
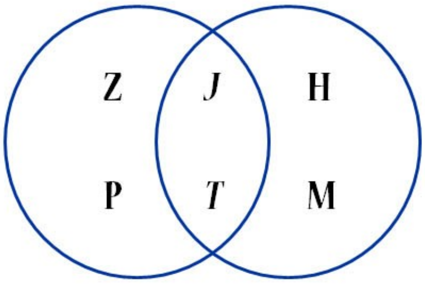


Figure 18: Intervalles du vendredi modifiés (11)

Nous observons la même anomalie au niveau du carré de droite, nous pouvons en conclure que le voleur fait partie des deux carrés de ce graphe.



Ayant innocenté Madame Thys, la seule suspecte restante et le voleur est Madame Jamsin.

5. Evasion de la prison de haute sécurité de Tracalzar

Pour notre quatrième enquête, nous allons nous intéresser au cas d'une évasion de quatre prisonniers. Notre but va être de déterminer de quelle manière ils ont réussi à s'évader étant donné qu'il y a des rondes de garde toutes les 17 minutes.
Quatre prisonniers ont décidé de s'évader en creusant un tunnel souterrain qui rejoint l'extérieur de la prison. Ils ont réussi à se procurer une seule lampe de poche, et, comme le tunnel est très étroit, seules deux personnes peuvent faire la traversée en même temps. Cela implique donc, qu'une de ces deux personnes devra faire le chemin inverse pour rapporter la lampe de poche. Et cela, ainsi de suite, jusqu'à ce que les quatre prisonniers soient hors de la prison. Les quatre prisonniers ont des temps de traversée différents qui sont de 1, 2, 5 et 10 minutes. Dès lors, la personne plus rapide devra adapter sa vitesse à celle du plus lent.
De manière intuitive, on pense que la personne qui a un temps de traversée de 1 minute, fera partie de chaque trajet mais de cette manière, nous obtenons un total de temps de traversée qui est de 19 minutes. Leur évasion dans ce cas-ci n'aurait pas été possible…

Trajet	Prisonniers	Temps
Aller 1	A – B	2 minutes
Retour 1	A	1 minute
Aller 2	A – C	5 minutes
Retour 2	A	1 minute
Aller 3	A – D	10 minutes
Total		***19 minutes***

Tableau 6: Evaluation intuitive du temps d'évasion

Nous allons donc établir un graphe reprenant toutes les combinaisons possibles de traversée. Chaque sommet représente les personnes (A, B, C, D) se trouvant soit en prison (bleu) soit à l'extérieur (rouge). Nous symboliserons aussi où se situe la lampe de poche (une petite étoile). Les sommets sont reliés entre eux par des arêtes qui ont un poids. Celui-ci vaut les temps de traversée ; il peut être de 1, 2, 5 ou 10. (12)

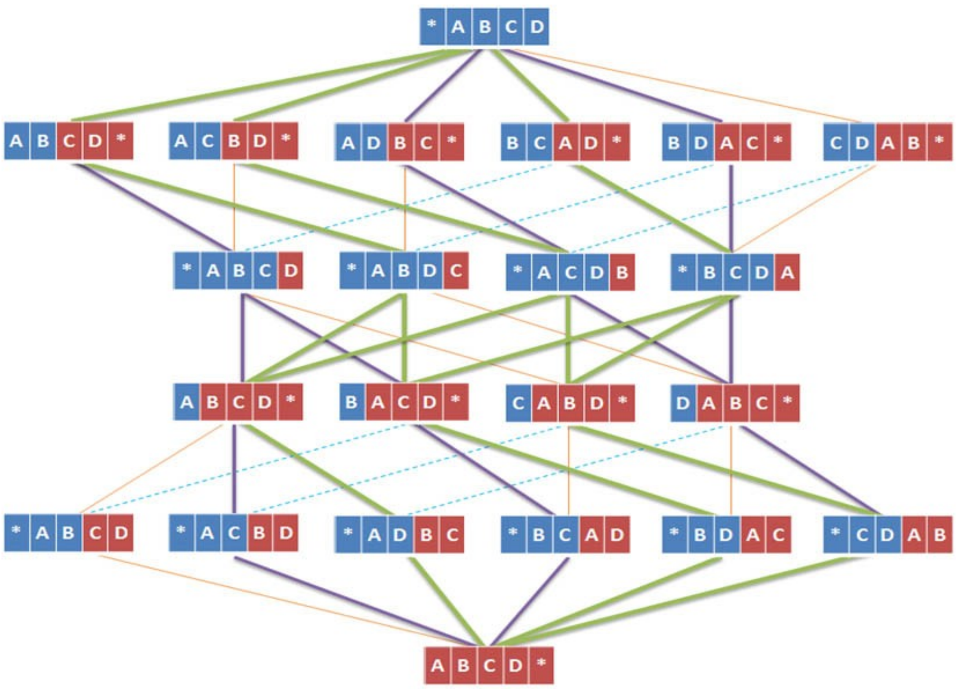


Figure 19: Graphe des possibilités d'évasion

A partir de ce graphe, notre but va être de découvrir le plus court chemin entre la situation où tous les prisonniers sont dans leur cellule (toutes les cases sont bleues) et la situation où ils sont tous sortis (toutes les cases sont rouges).

Pour trouver le chemin le plus court, on utilisera l'algorithme de Dijkstra. Il se déroule en plusieurs étapes :

- On affecte provisoirement un poids maximum (l'infini) à tous les sommets sauf le sommet initial qui a un poids nul ;
- A partir du sommet initial, on recherche tous les sommets adjacents ;
- Ensuite, nous réévaluons le poids de chaque sommet en tenant compte du poids du sommet précédent ainsi que du poids de l'arête qui sépare nos deux sommets.
- Utilisons dès lors cette formule : pcc(Y) = min (infini, pcc(X) + d(X,Y)) où pcc représente le poids du sommet et d(X,Y) le poids de l'arête entre deux sommets.
- Tant que c'est possible, on diminue les poids provisoires qui deviennent définitifs lorsque leur diminution devient impossible. Un sommet affecté d'un poids définitif est dit marqué**.**

Pour appliquer l'algorithme de Dijkstra à notre cas d'évasion, renommons les différentes possibilités d'évasion. On obtient le graphe suivant.

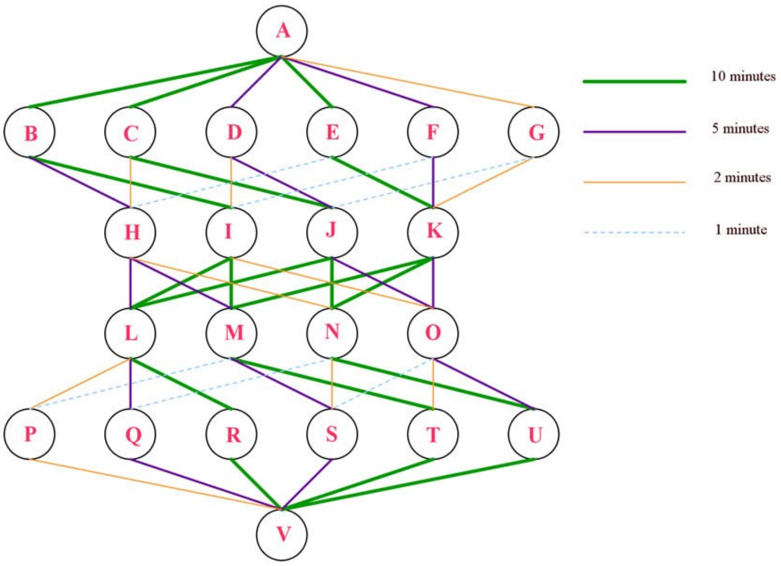


Figure 20: Modélisation de l'évasion sous forme de graphe

L'application de l'algorithme de Dijkstra est résumée dans le tableau suivant.

N°	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	Fixé	Temps
1	0	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	A	0
2		10-A	10-A	5-A	10-A	5-A	2-A	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	G	2
3		10-A	10-A	5-A	10-A	5-A		∝	∝	3-G	4-G	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	J	3
4		10-A	10-A	5-A	10-A	5-A		∝	∝		4-G	13-J	∝	13-J	8-J	∝	∝	∝	∝	∝	∝	∝	K	4
5		10-A	10-A	5-A	10-A	5-A		∝	∝			13-J	14-K	14-K		∝	∝		∝	∝	∝	∝		
		10-A	10-A	5-A	10-A	5-A		∝	∝			13-J	14-K	13-J		∝	∝		∝	∝	∝	∝	D	5
6		10-A	10-A		10-A	5-A		∝	7-D			13-J	14-K	13-J		∝	∝		∝	∝	∝	∝	F	5
7		10-A	10-A		10-A			∝	6-F			13-J	14-K	13-J		∝	∝		∝	∝	∝	∝	I	6
8		10-A	10-A		10-A			∝				26-I	26-I	13-J		∝	∝		∝	∝	∝	∝		
		10-A	10-A		10-A			∝				13-J	14-K	13-J		∝	∝		∝	∝	∝	∝	B	10
9			10-A		10-A			15-B				13-J	14-K	13-J		∝	∝		∝	∝	∝	∝	C	10
10					10-A			12-C				13-J	14-K	13-J		∝	∝		∝	∝	∝	∝	E	10
11								11-E				13-J	14-K	13-J		∝	∝		∝	∝	∝	∝	H	11
12												16-H	16-H	13-H		∝	∝		∝	∝	∝	∝		
												13-J	14-K	13-H		∝	∝		∝	∝	∝	∝	L	13
13													14-K	13-H		15-L	18-L		∝	∝	∝	∝	N	13
14													14-K			15-L	14-N		15-N	∝	∝	23-N	M	14
15																15-M	14-N		19-M	24-M	∝	23-N		
																15-M	14-N		15-N	24-M	∝	23-N	Q	14
16																15-M			15-N	24-M	∝	19-Q	P	15
17																			15-N	24-M	∝	17-P	S	15
18																				24-M	∝	20-S		
																				24-M	∝	17-P	V	17

Tableau 7: Algorithme de Dijkstra appliqué au cas de l'évasion

Dans ce tableau :

- Chaque case contient un chiffre (représentant le temps qui le sépare du sommet initial) et une lettre (indiquant le sommet précédent dans le chemin) ;
- La couleur bleue foncée des colonnes signifie qu'un sommet a été marqué ;
- Une indication rouge signifie qu'un plus court chemin a été trouvé à partir d'un autre sommet.

Nous constatons que les prisonniers ont bien réussi à s'évader en un temps de 17 minutes. (13)

Conclusion

La théorie des graphes a de multiples applications et a été développée pour résoudre de nombreux problèmes. En nous basant sur le livre « *L'agrapheur* » d'Alain Hertz (Presses internationales Polytechnique-2010), nous avons utilisé certains points de cette théorie pour résoudre des énigmes à saveur policière.

Notes d'édition

(1) Notons que le port n'apparaît pas sur la figure, mais il se trouve sur la côte Nord de l'île, à côté de la grotte.
(2) Pour être tout-à-fait exact, il faudrait également prendre en compte le passage du gardien devant le détecteur D1 la veille au soir, juste après l'activation des détecteurs, pour repartir au port. Il resterait donc un seul mouvement inexpliqué pour D1.
(3) Sur cette figure ainsi que sur la précédente s'est glissée une erreur: le détecteur D12 délimite en fait la zone H de la zone I, et non la zone E de la zone H.
(4) Le numéro inscrit à l'intérieur des sommets indiquent le nombre de déplacements utilisant ce sommet.

(5) L'argument doit être plutôt dans l'autre sens : un zone de passage a obligatoirement un nombre de déplacements pair. Comme il y a deux zones impaires, toutes les autres sont des zones de passage.
(6) Cette supposition n'était pas présente dans la description du problème, disons alors que l'enquête a progressé entre temps. De plus, si l'on considère bel et bien que deux passages devant D1 sont justifiés par le gardien, alors les zones restantes sont B et H. Il reste donc deux grottes à explorer. Cependant, le flair des enquêteurs leur indique que la zone B est la zone de départ, puisque c'est là que se trouve le port, qui a sûrement permis au kidnappeur d'arriver sur l'île.
(7) Le triangle B, C, G, force ces trois sommets à prendre des couleurs différentes, on choisit de manière arbitraire le bleu pour B et le vert pour G. Ensuite, toutes les couleurs sont forcées.
(8) Le voleur a donc pu croiser des collègues à deux reprises: d'abord lors de sa fuite, puis lors de son retour. On suppose que tout le monde affirme n'être venu qu'une seule fois, et on cherche donc celui qui a dû venir deux fois.
(9) Il devrait y avoir une arête entre les sommets A et E sur le graphe de droite.
(10) Pour ceci, nous avons besoin du témoignage de Mme Melotte et de Mr Dussart: en effet, dans le premier cas, M n'ayant croisé ni H ni T mais ayant croisé J, n'a pas d'autres choix que d'être arrivé après le départ de M. Dans le second cas, le raisonnement est identique avec D au lieu de M.
(11) Ici, la représentation en intervalle montre P comme suspect, c'est-à-dire avec 2 visites. Cependant, le choix de n'importe quel sommet du carré en tant que suspect (et donc avec deux intervalles) permet de représenter le carré proprement.
(12) Le poids des arêtes est donné par la couleur et le style du trait.
(13) Le chemin correspondant dans le graphe peut se lire dans tableau : A-G-K-M-P-V. Saurez-vous retrouver la stratégie des voleurs ?