mouvement dans l'espace

par Gaëlle, Patricia, …

Collège Victor Hugo, rue Elsa Triolet, 93160 Noisy-le-Grand
Collège l'Arche Guédon, 77200 Torcy

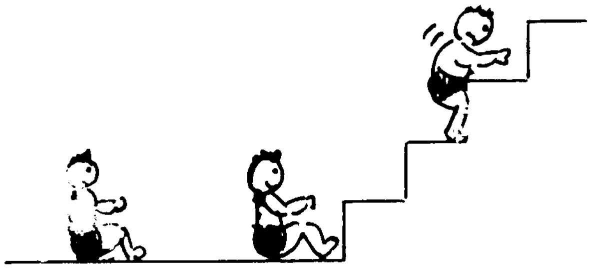
Durant cette année, nous avons travaillé sur les mouvements dans l'espace. Ce sujet étant vaste, nous avons choisi d'accentuer nos recherches sur divers mouvements simples qui consistent en particulier à bouger un cube.

Pourquoi a-t-on choisi le cube ? parce qu'il a été le premier outil dont nous avons eu besoin pour débuter nos recherches.

Parmi tous les mouvements simples possibles, nous n'en avons retenu que deux : la translation et la rotation autour d'un axe.

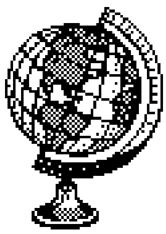
1.— la translation

On pose un cube sur un plan. On fait glisser le cube le long d'une droite, d'une longueur choisie, selon un sens donné. (dessin 1)



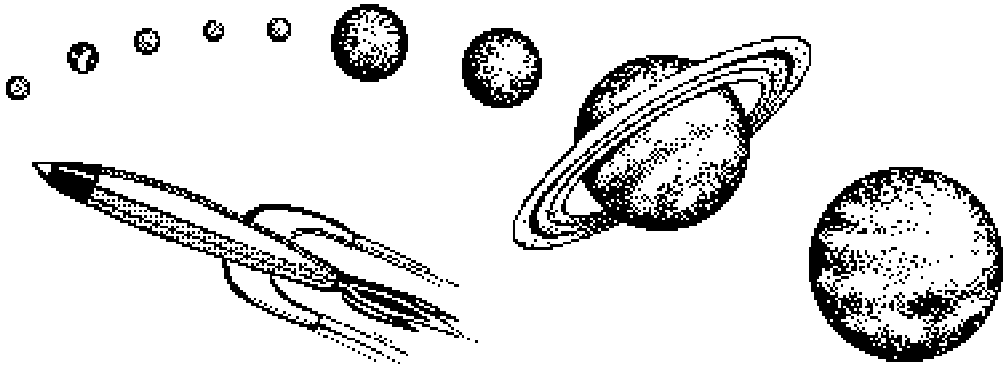
2.— la rotation

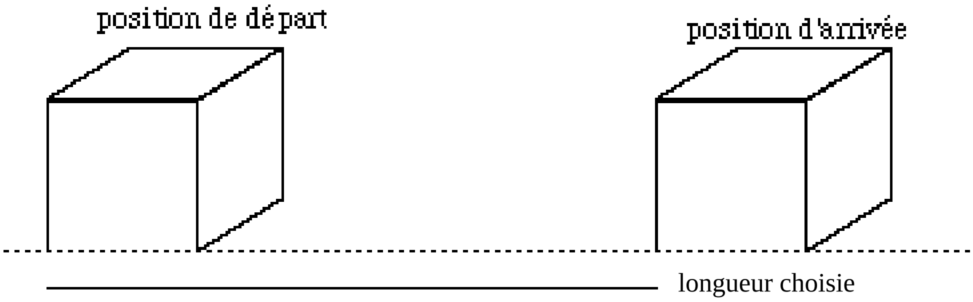
Première rotation : le cube est posé sur un plan, on ne voit que la face du dessus, l'axe est perpendiculaire au plan et passe par le centre du cube. Pour repérer la position de départ, on choisit la diagonale (AC) du cube. On fait tourner le cube dans le sens des aiguilles d'une montre, d'un angle de 45°. (dessin 2)



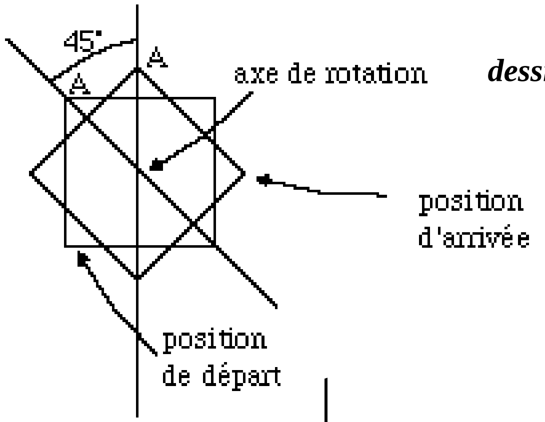
Deuxième rotation : l'axe est une des arêtes du cube, perpendiculaire au plan sur lequel est posé le cube (donc le point C sur le schéma, dessin 3). La position de départ est repérée à l'aide du côté [BC]. On fait tourner le cube dans le sens des aiguilles d'une montre, d'un angle de 150°.

Troisième rotation : on prend un axe quelconque perpendiculaire au plan sur lequel est placé le cube (le cube ne contient pas l'axe de rotation). On trace une droite partant de cet axe et passant par le sommet B du cube pour repérer la position initiale. On tourne le cube d'un angle de 130°, dans le sens des aiguilles d'une montre. (dessin 4)

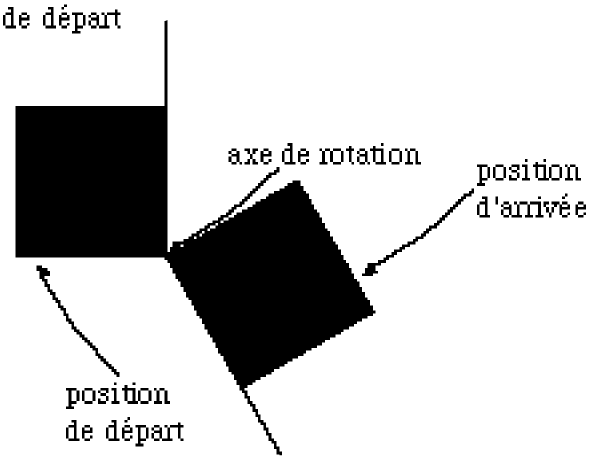




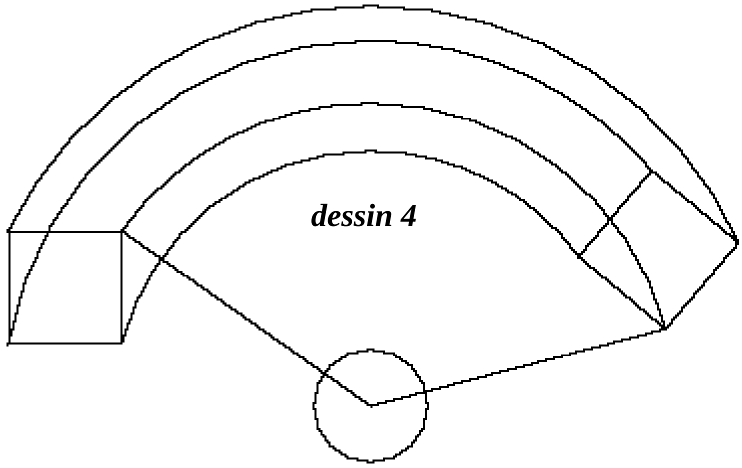
dessin 1



dessin 2



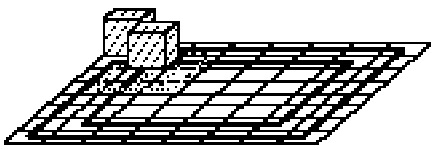
dessin 3



dessin 4

L'échiquier

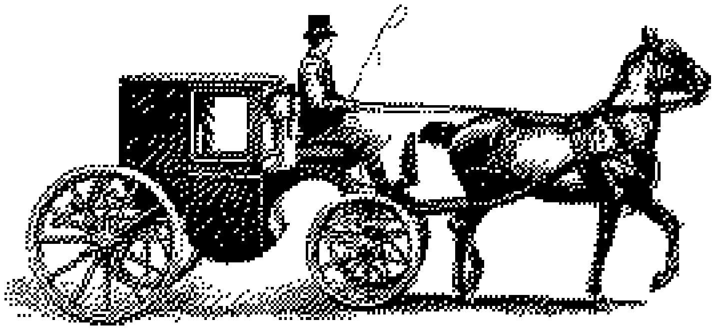
En déplaçant un cube sur un échiquier et en utilisant un seul mouvement, peut-on atteindre n'importe quelle case en faisant en sorte que le cube se retrouve dans la position de départ ?



dessin 5

Nous avons étudié ce problème pour une situation particulière : Peut-on, en partant de la case A_1, atteindre la case B_2 de telle sorte que le cube soit exactement dans la même position que celle du départ ? On repère donc la position de départ du cube grâce à la position d'une lettre (A) située sur la face du dessus :

Le mouvement choisi est un mouvement que nous avons appelé “culbuto”. Le culbuto est une rotation d'un cube d'un angle de 90° autour d'une des arêtes de la face posée sur le plan, suivant un sens choisi.

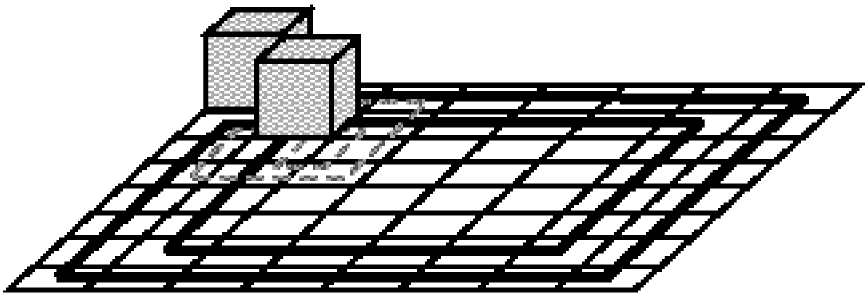


Nous nous sommes aperçu que quatre culbutos successifs, dans le même sens, reviennent à une translation : au bout de ces quatre culbutos, le cube se retrouve dans sa position initiale. (dessin 6)

La translation correspond, ici, au déplacement du cube de la gauche vers la droite. La longueur entre la position de départ et la position d'arrivée est égale à quatre fois la longueur d'une des arêtes posées sur le plan. Pour se déplacer sur l'échiquier, on utilise des successions de culbutos qui n'ont pas nécessairement la même direction.

chemin le plus court possible est celui qui est tracé en pointillés sur l'échiquier, et a une longueur de 16 culbutos ou 4 translations.

Notre conjecture n'est possible que sur tout échiquier ayant pour côté un nombre de cases (horizontales, verticales) multiple de 4. La longueur des chemins trouvés est aussi multiple de 4.

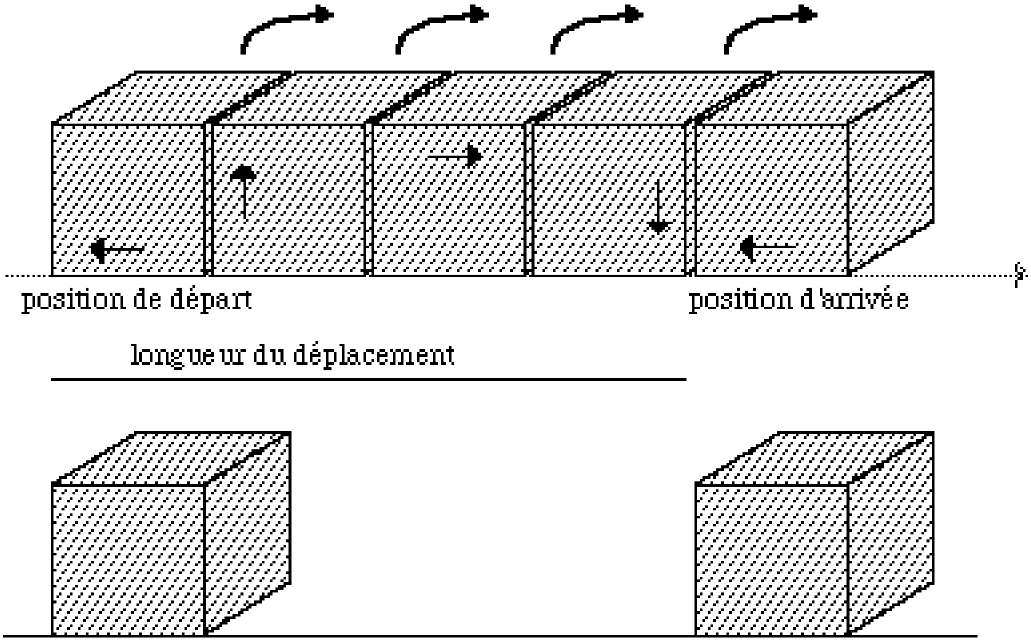


Pour le chemin en trait fort sur l'échiquier de 8 sur 8, la longueur est de 48 cases ; pour le chemin en pointillés, la longueur est de 16 cases (la longueur d'un chemin étant définie par le nombre de culbutos).

On remarque que 48 est un multiple de 4 ; or nous savons que quatre culbutos successifs dans le même sens reviennent à une translation, donc 48 culbutos reviennent à faire 12 translations (en imaginant une sorte de spirale déroulée). A priori, l'hypothèse que nous avons est que le

Voici cependant des questions que nous nous sommes posées mais auxquelles nous n'avons pas pu répondre :

→ Existe-t-il d'autres chemins possibles ?
→ Existe-t-il un chemin plus court que celui de 16 culbutos ?
→ Peut-on placer la case d'arrivée n'importe où sur l'échiquier ?



dessin 6