

Amida-kuji (le retour)

Collège Mario Meunier – Montbrison (42)
année 2013-2014

Elèves:

AIRE D. A. (3ème3)
BOS T. (3ème3)
ROBIN M. (3ème3)
DE HARO C. (3ème3)
INGRAO T. (4ème11)

Professeurs :

CASSE G.
DOUET F.
GERENTES JB.

Chercheur:

GAUSSENT S. (Université Jean-Monnet St-Etienne)

Le sujet traite de l'étude des amidas-kujis, un jeu de hasard japonais.

Nous avons déjà traité le sujet des amidas-kujis l'année dernière : nous avons réfléchi aux différentes manières de maîtriser le hasard.

Nous avons tellement apprécié le sujet que le chercheur, Stéphane GausSENT de l'université Jean Monnet de Saint-Etienne, nous a proposé d'étendre nos recherches sur les amidas-kujis.

Cette année, Stéphane GAUSSENT nous a proposé deux questions :

1-Comment repérer deux amidas-kujis équivalents ?

2-Calculer le nombre d'amidas-kujis non équivalents pour 2 jambes, 3 jambes, n jambes.

Pour la première question, nous avons trouvé deux techniques pour simplifier au maximum les amidas-kujis : le double et la fourchette. En simplifiant des amidas-kujis, nous pouvons voir s'ils sont équivalents ou pas.

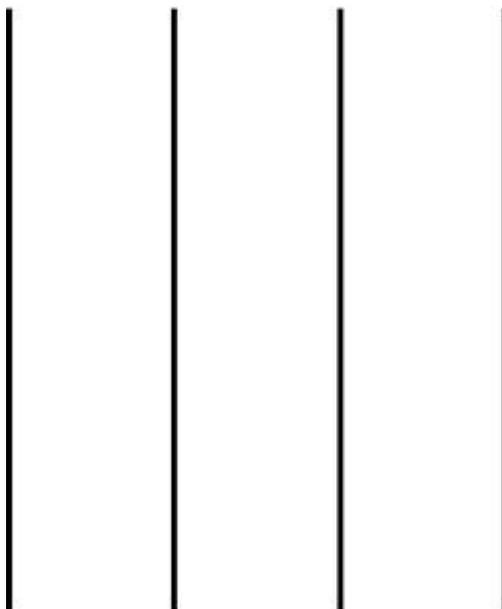
Nous avons trouvé une formule pour répondre à la seconde question que nous avons démontrée de façon empirique.

Introduction:

Les **amidas-kujis** sont un jeu de hasard japonais comme la courte paille en France. Ce jeu permet de décider au **hasard** qui va gagner un lot ou de choisir qui va faire les tâches ménagères par exemple. Il permet une distribution aléatoire. (1)

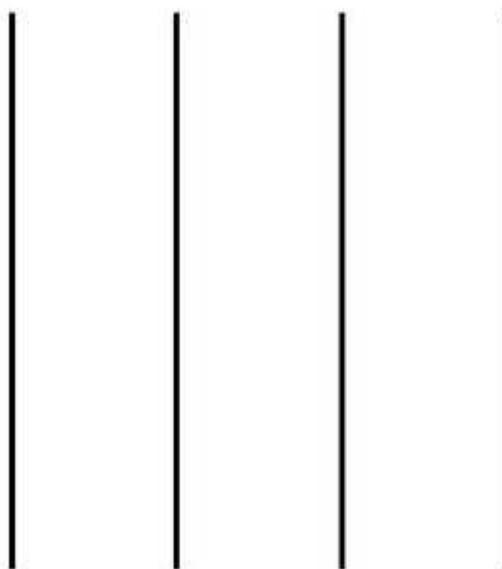
Principe:

On place des traits verticaux, ils doivent être parallèles (on en place autant que l'on veut).

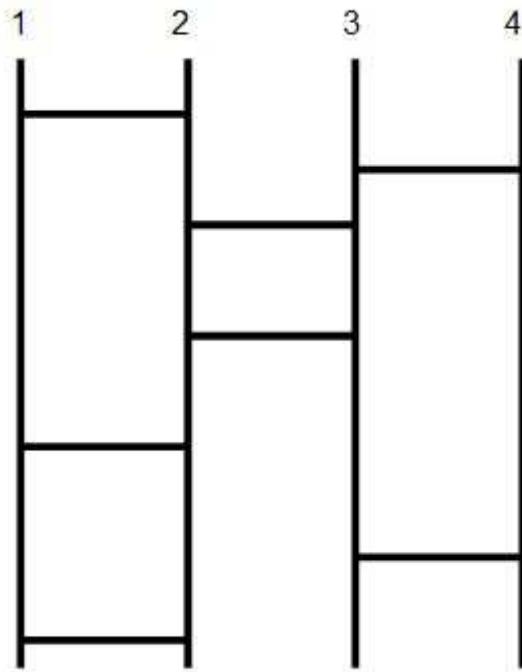


Au-dessus des barres vous placez des nombres (1, 2, 3, 4, 5, ...) ou bien des prénoms.

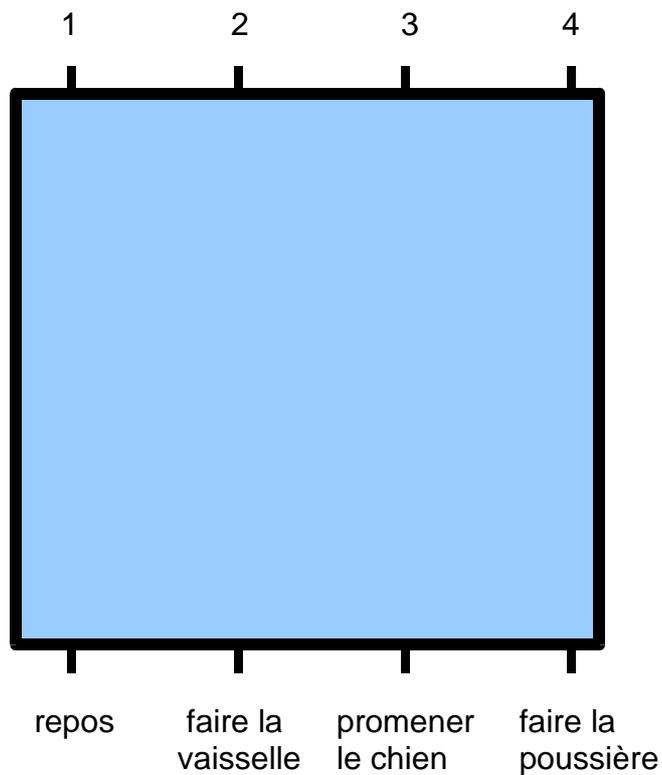
1 2 3 4



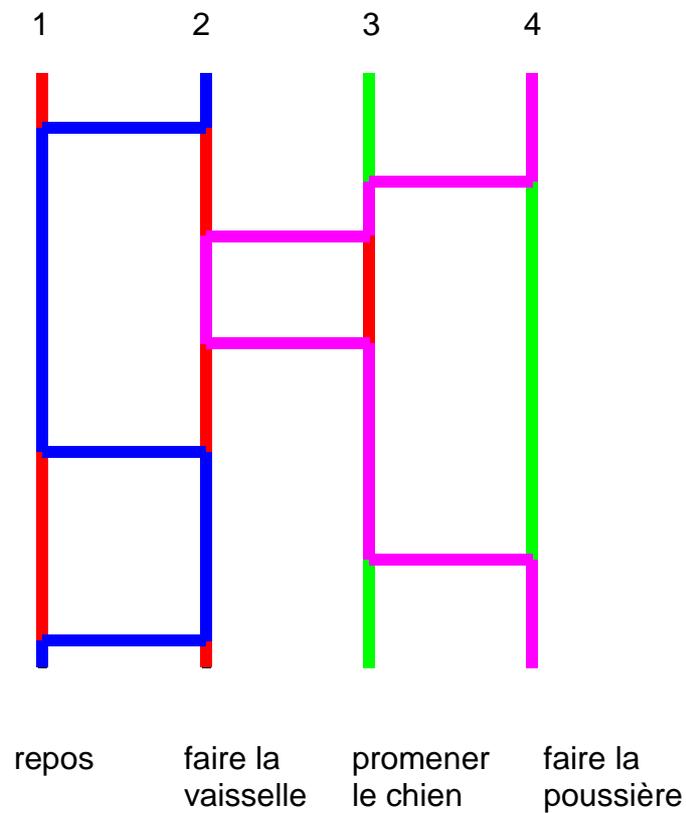
Vous placez ensuite des traits horizontaux (2) : ils doivent être placés au hasard.
Attention : deux traits horizontaux ne doivent jamais être au même niveau.



On place ensuite au hasard en bas des barres verticales des prénoms, des lots, des tâches ménagères... tout en ayant pris soin de couvrir l'amida-kuji.



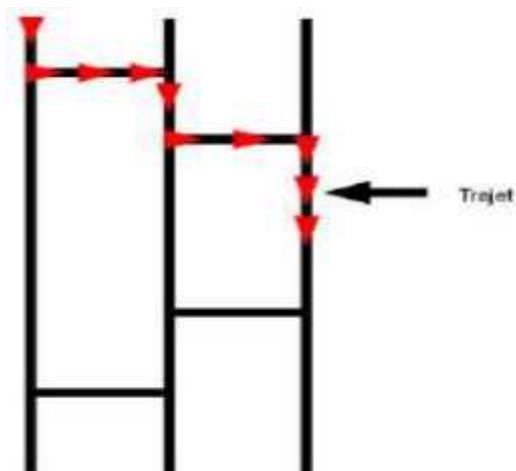
Pour savoir qui fait quoi, on trace les chemins. Lorsque l'on descend le long des barres verticales en partant des nombres, on doit obligatoirement emprunter les barres horizontales rencontrées. On glisse le long des barres (toujours en descendant) jusqu'à une tâche ménagère.



Donc le 1 va faire la vaisselle, le 2 va se reposer, le 3 va promener le chien et le 4 va faire la poussière.

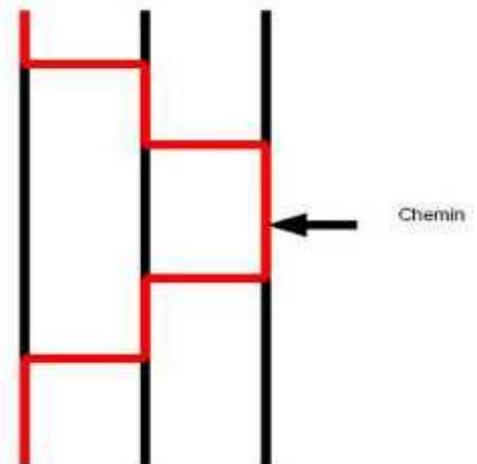
Lexique :

Trajet :



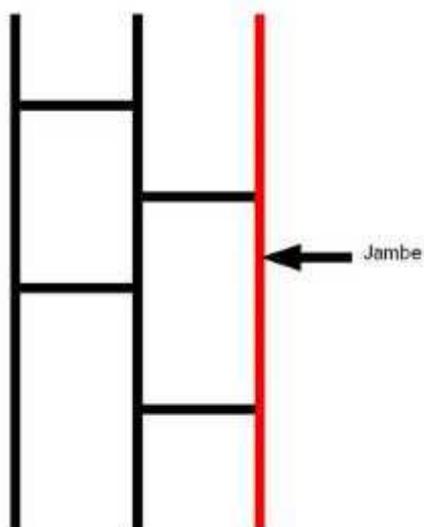
Déplacement d'une jambe de départ jusqu'à une jambe d'arrivée en suivant les règles des amidas-kujis.

Chemin :



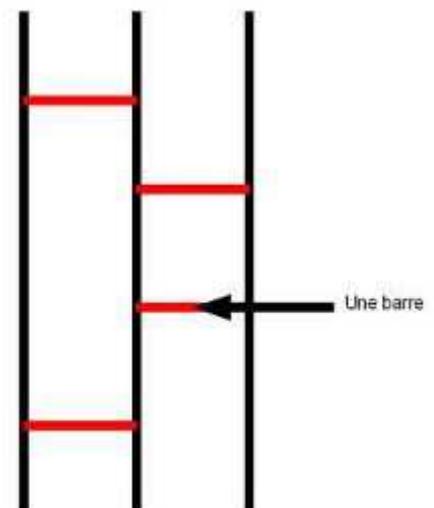
Trajet achevé.

Jambe :



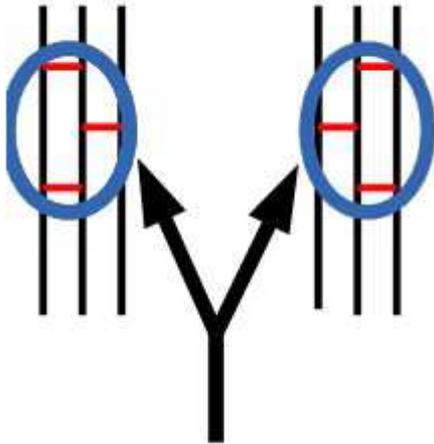
Segment vertical fixe qui soutient les barres horizontales.

Barre :



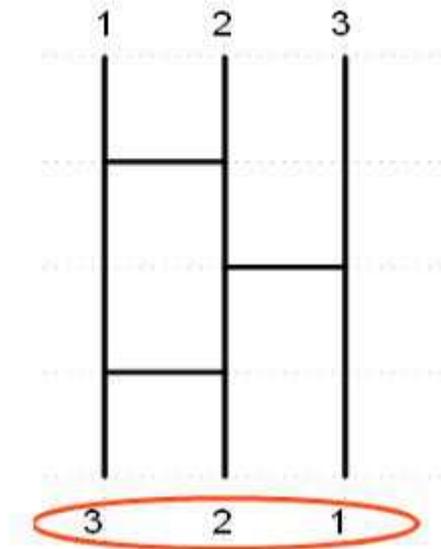
Segment horizontal fixe reliant deux jambes.

Fourchette :



C'est une succession alternative de trois barres. (gauche-droite-gauche ou droite-gauche-droite)

Combinaison finale :

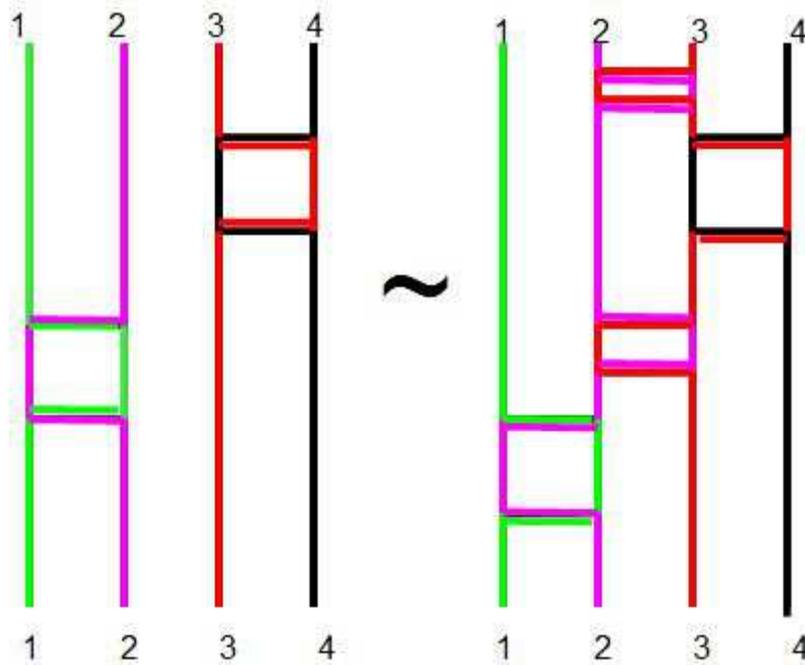


On appelle résultat final ou combinaison finale, la combinaison qui se trouve en bas de l'amida-kuji.

Question 1 : comment repérer des Amidas-Kujis équivalents ?

Des amidas-kujis sont **équivalents** quand ils ont le **même résultat final (ou combinaison finale)**.

Nous utilisons le signe « ~ » pour représenter l'équivalence.

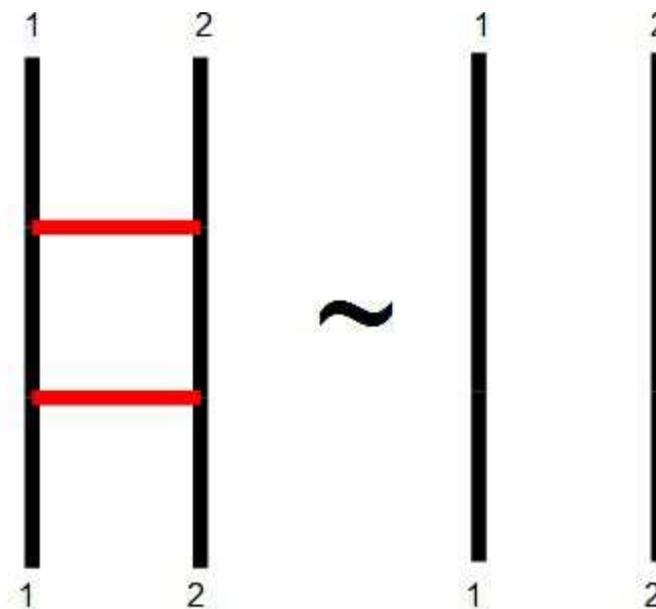


Les deux amidas-kujis précédents sont équivalents : ils ont la même combinaison finale (1-2-3-4).

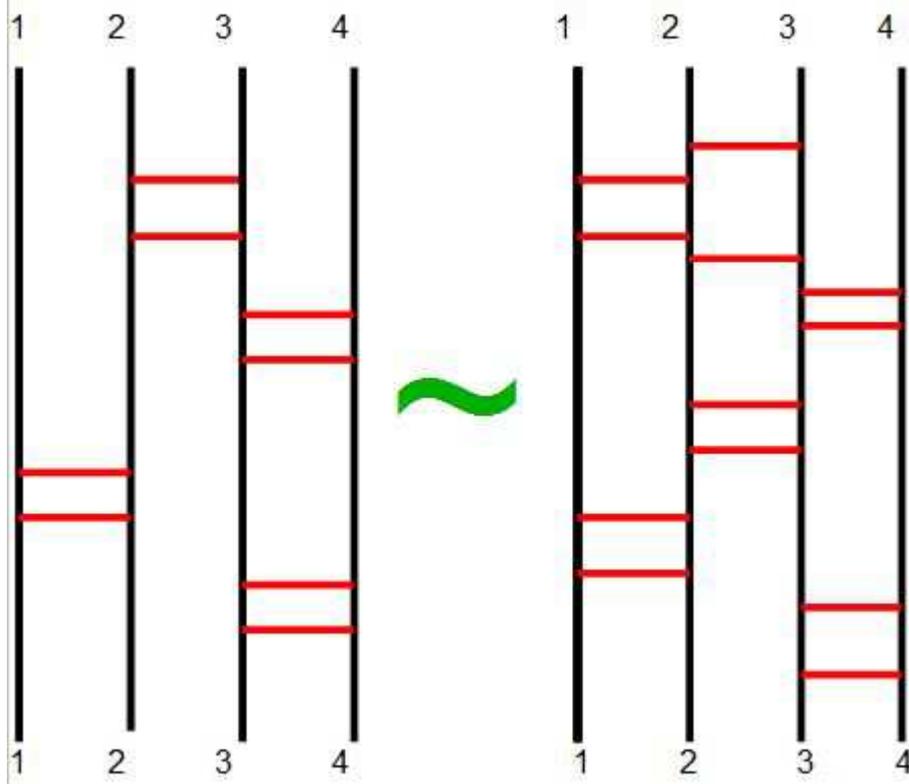
Pour trouver des amidas-kujis équivalents, nous avons trouvé deux techniques de simplification :

Technique 1 : Le double :

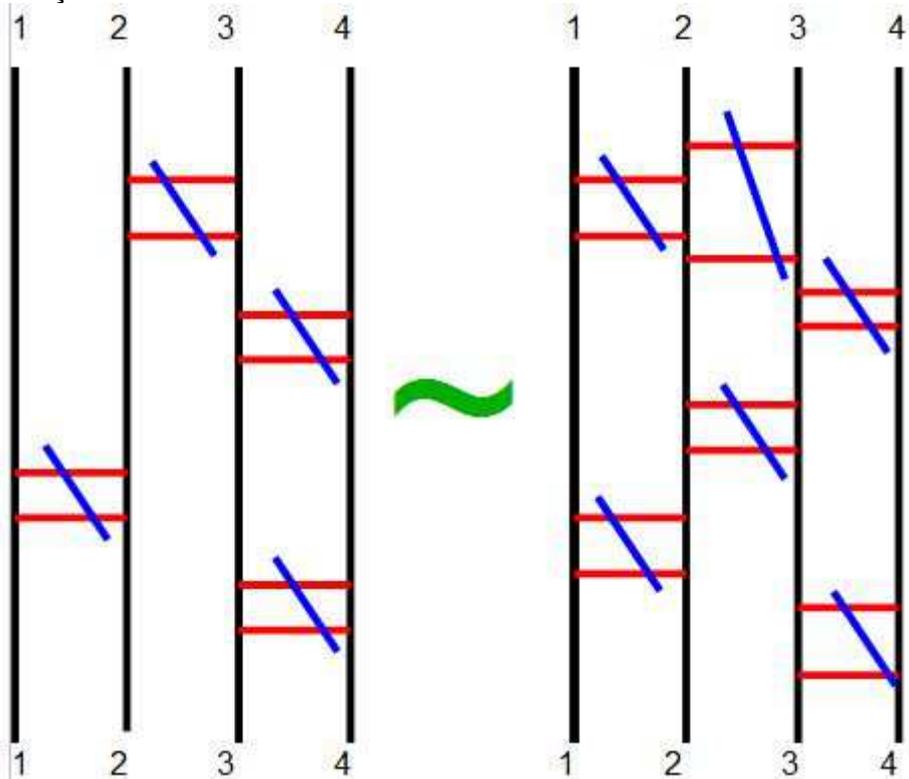
Quand **deux barres se suivent**, nous pouvons les supprimer comme dans l'exemple suivant :



Exemple d'utilisation :

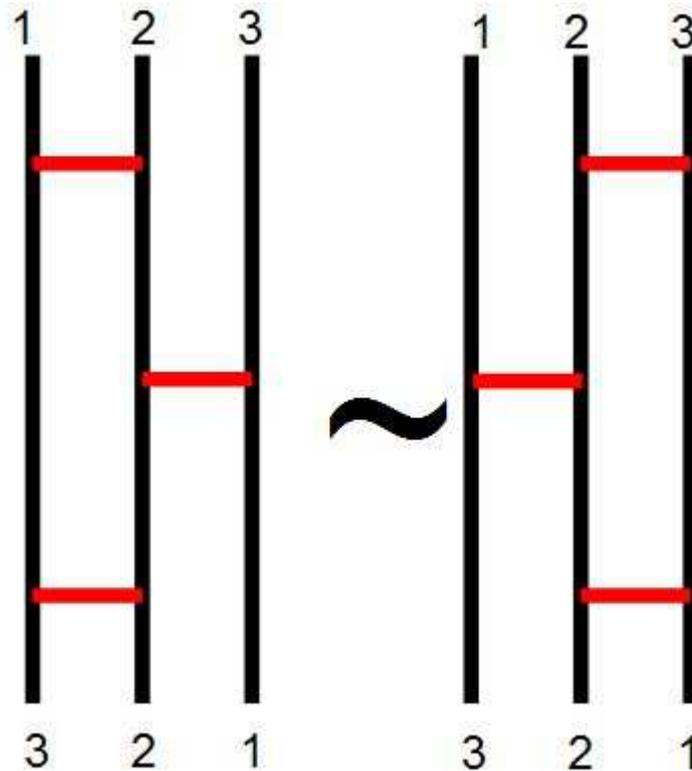


Les deux amidas-kujis précédents sont équivalents. En effet, il suffit d'éliminer tous les doubles de la façon suivante :

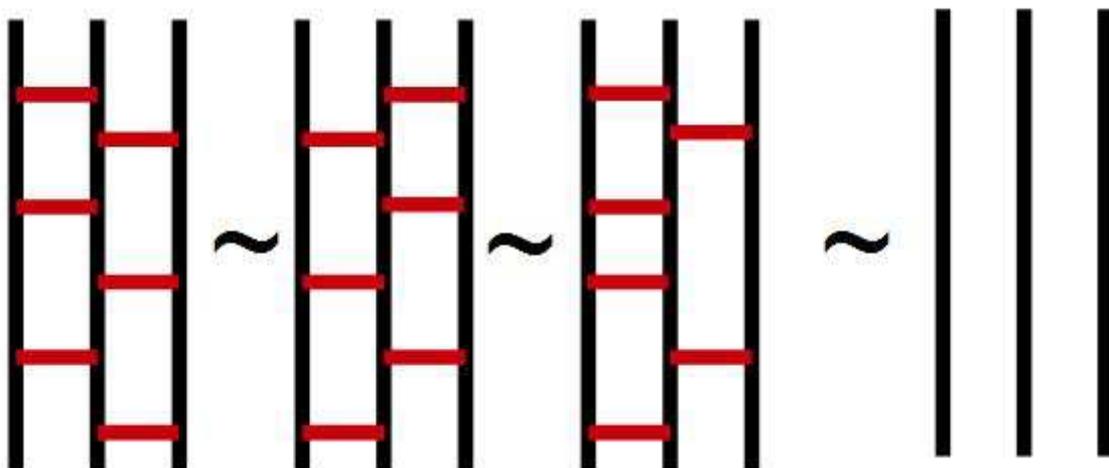


Après simplification, on trouve deux amidas-kujis à quatre jambes mais sans barres donc qui sont bien équivalents.

Technique 2 : La fourchette

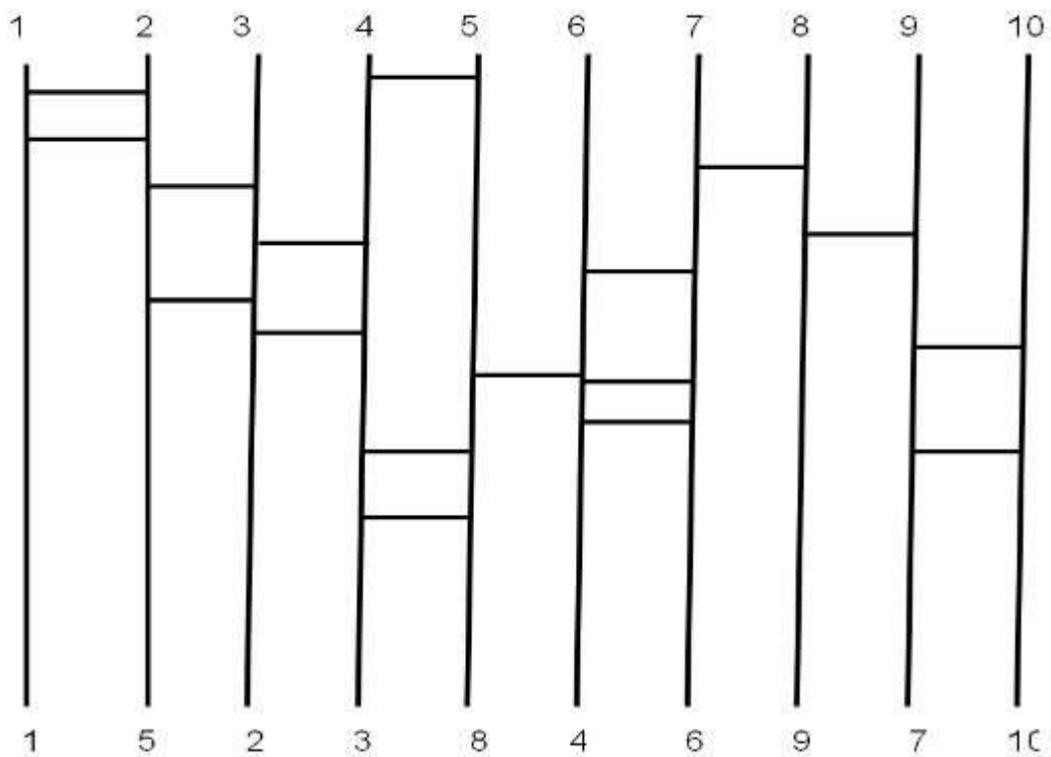


Dans un amida-kuji à trois jambes, on peut repérer des fourchettes : une alternance de trois barres. Nous nous sommes aperçus que peu importe le sens de la fourchette, cela donne des amidas-kujis équivalents.

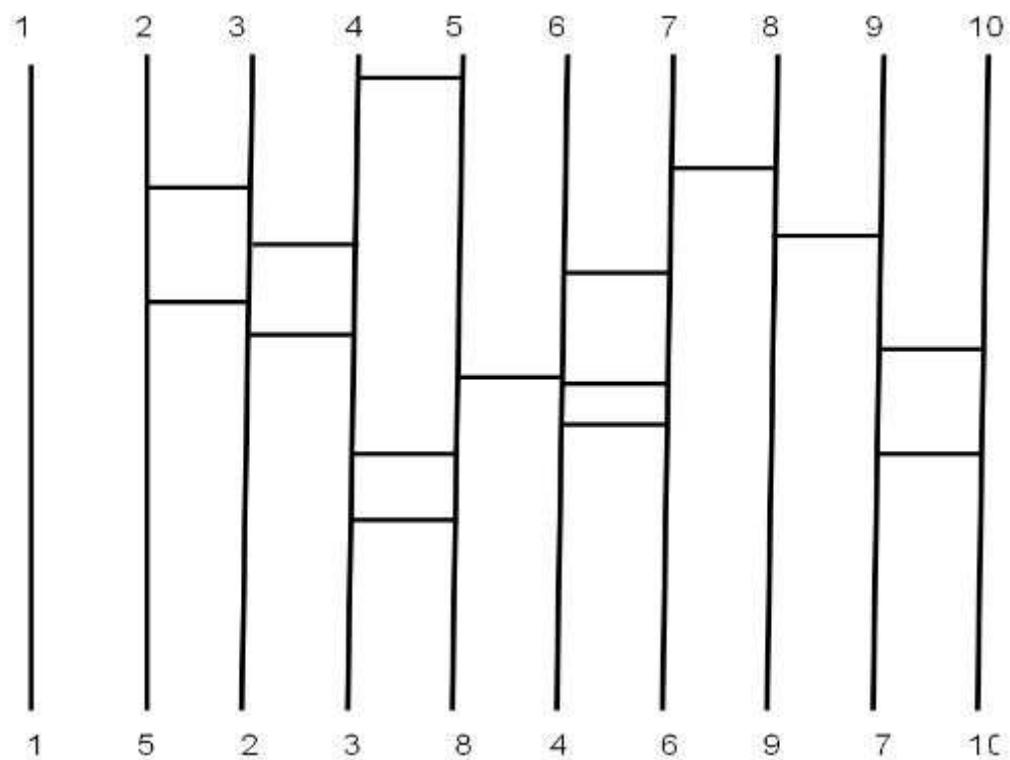


Dans l'exemple juste au dessus, nous voyons dans le premier amida-kuji deux fourchettes (elles ne sont pas dans le même sens). Si nous les inversons, nous obtenons le second amida-kuji. Pour obtenir le troisième amida-kuji, on échange le sens de la fourchette du haut. Nous nous apercevons ensuite qu'il apparaît un double (au centre). Si nous le supprimons, il en apparaît un autre que nous supprimons à son tour et au final il en apparaît un dernier que nous supprimons et nous obtenons le dernier amida-kuji.

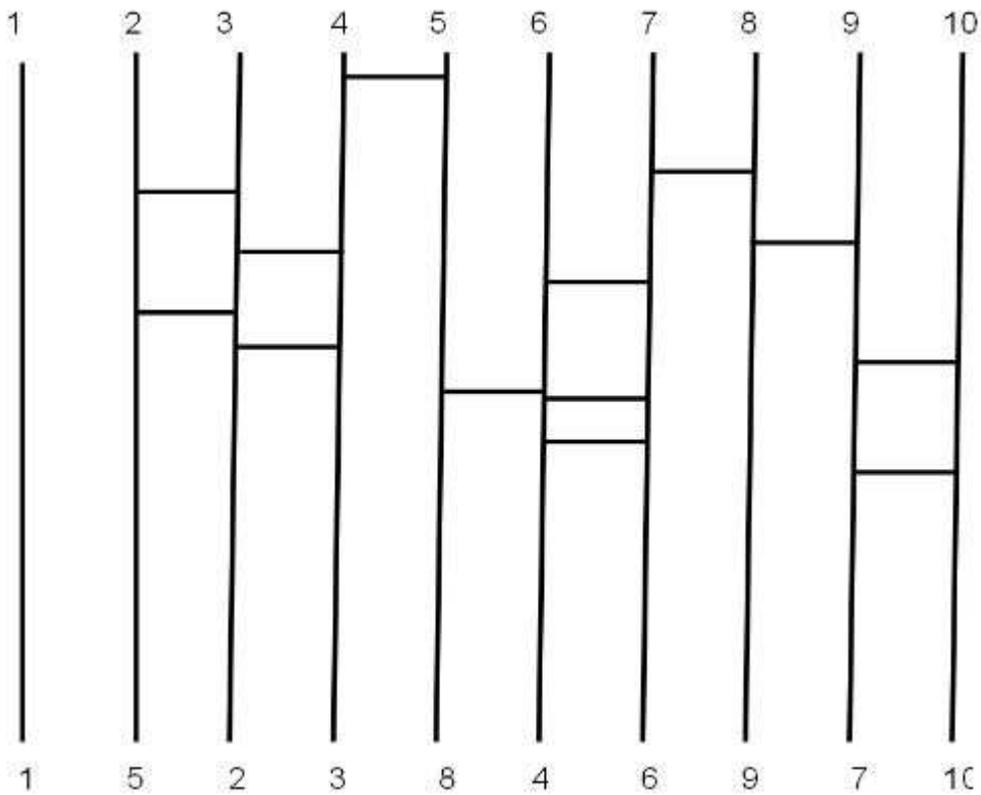
Voici un exemple un peu plus compliqué, que nous allons simplifier :



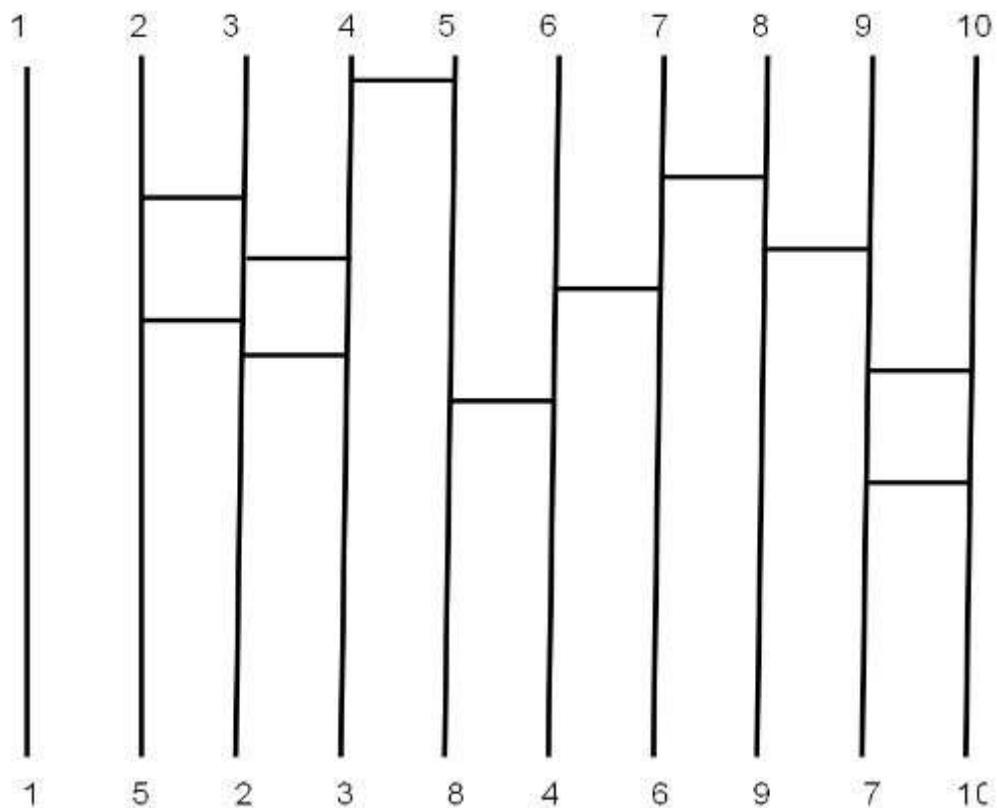
Nous supprimons le double entre la première et la deuxième jambe et nous obtenons :



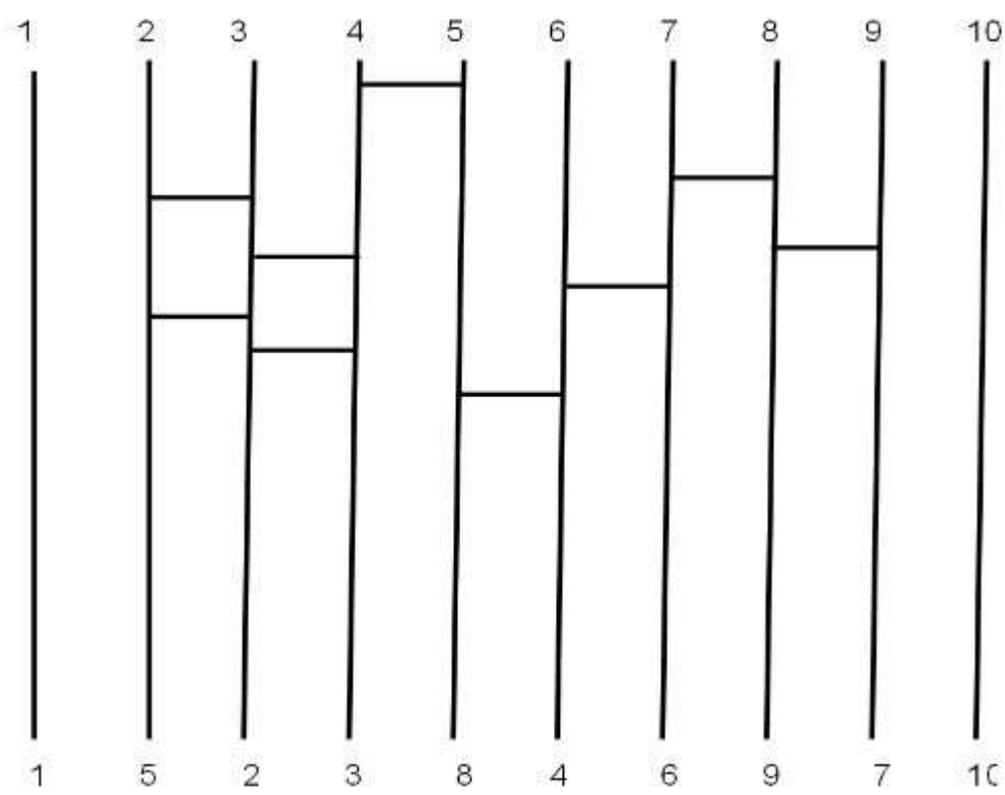
Nous supprimons le double entre les quatrième et cinquièmes jambes (en bas) et nous obtenons :



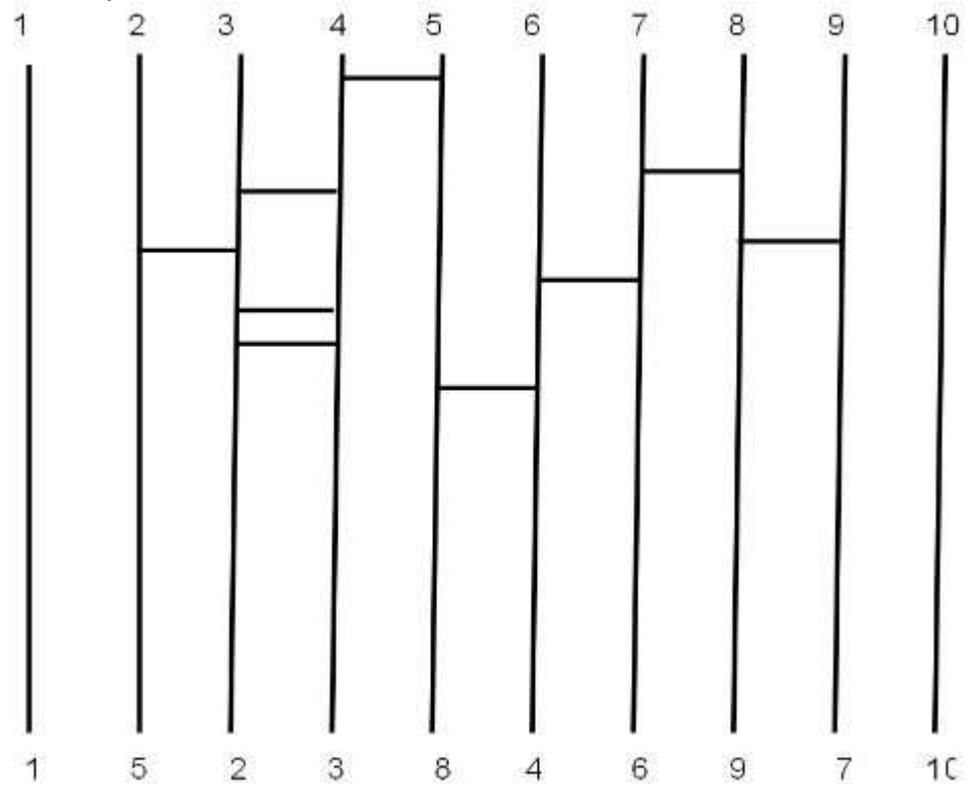
Nous supprimons le double entre les sixième et septième jambes (au centre) et nous obtenons :



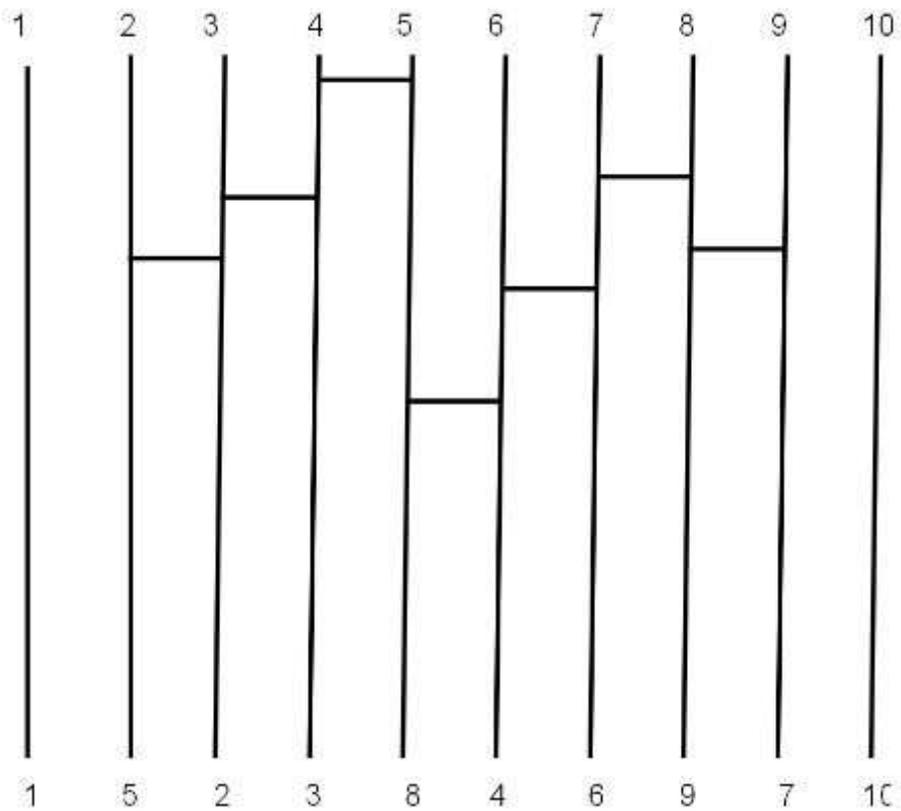
Nous supprimons le double entre les neuvième et dixième jambes (au centre) et nous obtenons :



Nous échangeons le sens de la fourchette qui se situe entre les deuxième, troisième et quatrième jambes pour obtenir :



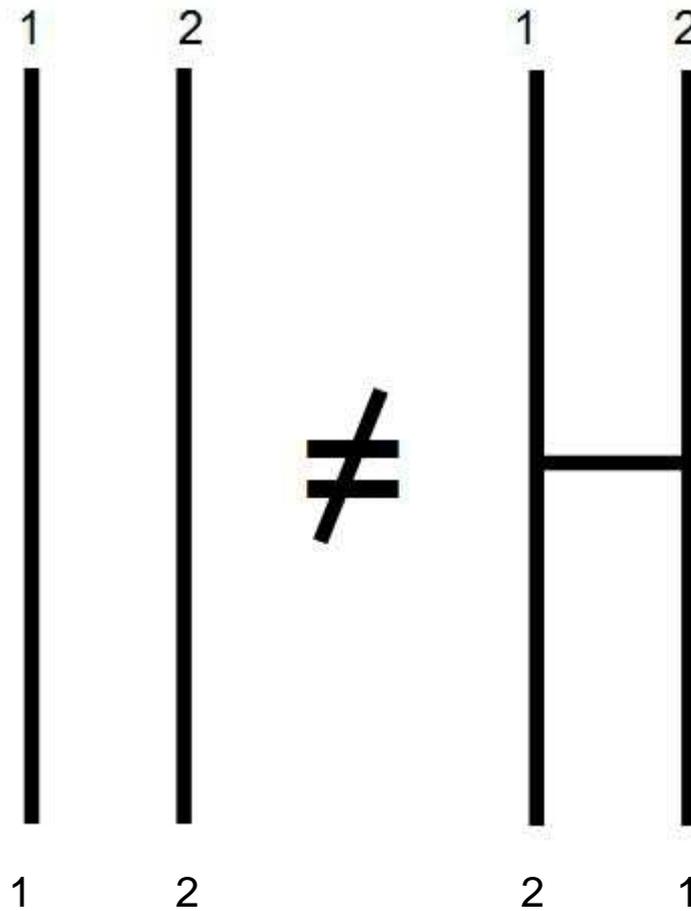
Il apparaît un double entre les troisième et quatrième jambes que l'on supprime pour obtenir :



Nous avons ainsi obtenu un **amida-kuji équivalent mais avec moins de barres.**

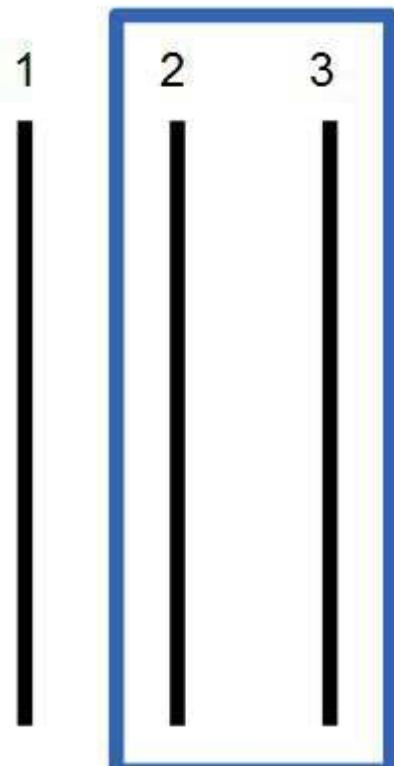
Question 2 : calculer le nombre d'amidas-kujis non équivalents à deux jambes, trois jambes et « n » jambes ?

Pour des amidas-kujis à deux jambes, on procède de la manière suivante :

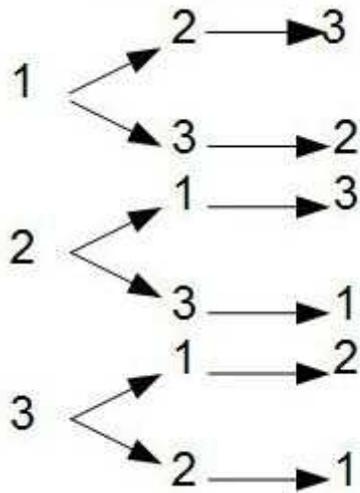


Pour un amida-kuji à deux jambes il y aura deux possibilités : les combinaisons finales possibles sont 1-2 ou 2-1. Quand on a un nombre pair de barres, la combinaison finale sera 1-2 et quand le nombre de barres est impair, la combinaison finale sera 2-1.

Pour déterminer le nombre d'amidas-kujis non-équivalents à trois jambes :



En bas de la 1ère jambe, on sait qu'il y a trois possibilités : le 1, le 2 ou le 3.
Pour chaque possibilité, il reste à droite un amida-kuji à deux jambes.
Précédemment nous avons vu qu'il y a deux amidas-kujis non équivalents à deux jambes.
Finalement il y a $3 \times 2 = 6$ amidas-kujis non-équivalents à trois jambes



Les six combinaisons possibles pour les amidas-kujis à trois jambes.

En raisonnant à chaque fois de la même façon, on s'aperçoit que pour des amidas-kujis à « n » jambes, il y a $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$ amidas-kujis non-équivalents.

$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$ s'écrit $n !$ et se lit « **factorielle n** ».

Par exemple :

$$5 ! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

Pour un amida-kuji à cinq jambes il y aura 120 possibilités de combinaisons différentes en bas.

$$10 ! = 3\,628\,800$$

Pour un amida-kuji à dix jambes il y aura 3 628 800 possibilités. Ce qui est déjà très grand.

Notes de l'édition

(1) Les amidas-kujis permettent bien une distribution aléatoire : chacun a une tâche/lot et personne n'a la même tâche/lot. Nous vous invitons à parcourir leur précédent article où les auteurs étudient cette question.

(2) On ne place les traits horizontaux qu'entre deux barres consécutives (par exemple on ne peut pas mettre un trait horizontal entre la barre 1 et la 3. Cela reviendrait en fait à deux traits, un entre 1 et 2 et l'autre entre 2 et 3, qui seraient au même niveau, ce qui est interdit).