2013 x ? =111111...1111

Noms des élèves:
Célian Farrugia, Roman Gérard--Dossier, Arthur Menard, Nabil Riad, Mathieu Ribière, Romain Robert, Maxime Vidaillac, Anais Ritter , Pauline Rebollo, Quentin Forest, Maxime Lefrançois

Noms des collèges:
Collège Albert Camus de Villemur et la Garenne de Gramat

Nom du chercheur:
Xavier Buff (Institut Mathématiques de Toulouse)

Noms des professeurs:
Mme Grieu, Mme Le Gouguec, Mme Charles, Mme Arnac, M Albespy.

Problème:

Nous avons travaillé sur le problème suivant. Nous devions trouver le facteur manquant dans la multiplication :

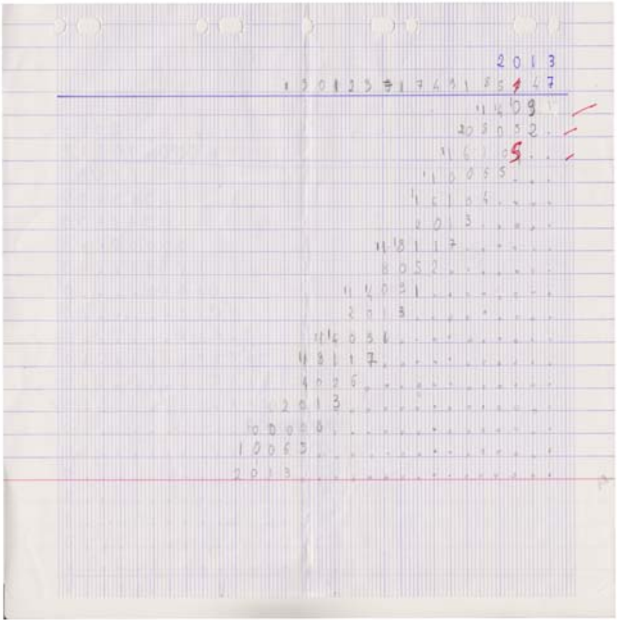
2013×?????=111.......11

sachant que le produit est un nombre composé uniquement de 1 mais le nombre de 1 au résultat nous est inconnu.

Recherches:

Méthode de Villemur:

Nous avons d'abord pensé à faire une multiplication à trou :
nous avons donc fait plein de calculs à la main (1)



$$\begin{array}{lr} \times & 2013 \\ & 7 \\ \hline & 14091 \end{array}$$

Méthode de La Garenne : (2)

1° méthode : recherche manuelle
Au départ nous sommes partis sur une multiplication à trou à la main !

2°méthode : utilisation de l'informatique

1ère étape tableur
Au départ, nous sommes partis dans l'optique de rentrer une formule pour éviter de taper les nombres constitués uniquement de chiffres 1 mais le tableur avait des limites et nous a affiché des valeurs approchées.

Puis nous avions dans l'idée de diviser ces nombres par 2013... A cause des puissances de 10 nous sommes restés bloqués. Nous avons donc cherché une autre méthode (blocage).

1	0,00049677098857426700
11	0,00546448087431694000
111	0,05514157973174370000
1111	0,55191256830601100000
11111	5,51962245404868000000
111111	55,19672131147540000000
1111111	551,96770988574300000000
11111111	5519,67759562842000000000
111111111	55196,77645305510000000000
1111111111	551967,76502732200000000000
11111111111	5519677,65077000000000000000
111111111111	55196776,50819670000000000000
1111111111111	551967765,08246400000000000000
11111111111111	5519677650,82514000000000000000
111111111111111	55196776508,25190000000000000000
1,11E+015	551967765082,51900000000000000000

Exemple : =A1*10+1

Résultats des divisions de la colonne A par 2013

Valeurs approchées

2ème étape tableur

L'autre méthode a été à l'aide du tableur de faire une division euclidienne. Nous nous sommes donc mis à diviser 11 111 par 2013 car 1 111 est un nombre plus petit que 2013. Dans différentes colonnes nous avons rentré des formules pour trouver les résultats.

-Dans les cellules de la colonne A (3) nous avons les dividendes (nombre à diviser).Avec la formule D2 x 10+1 pour faire l'abaissement du 1 comme lors de division.

-Dans les cellules de la colonne B nous avons les valeurs approchées de la division par 2013. Exemple: B3 = 10 461 / 2013 soit 5,19....

-Dans les cellules de la colonne C il y a les quotients : les parties entières des valeurs approchées des colonnes B. Avec la formule par exemple de ENT(B3) pour garder que le 5 de la valeur de B3.

-Dans les cellules de la colonne D il y a les restes de la division.

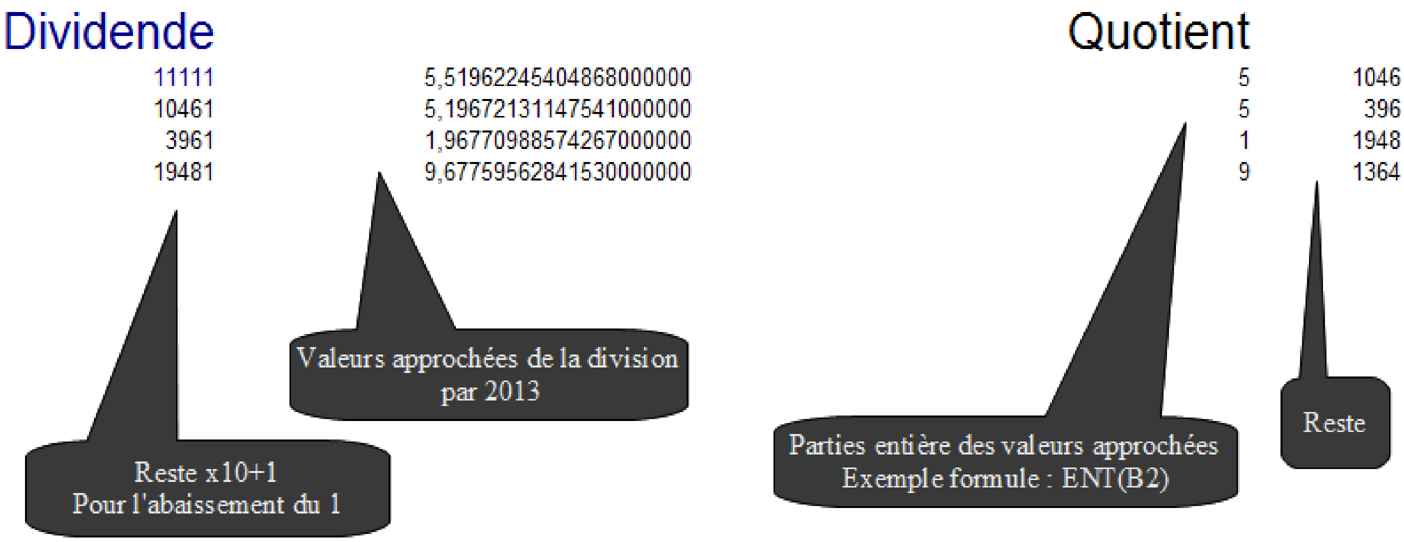
Et nous avons recommencé à abaisser un 1 à chaque nouveau reste jusqu'à avoir un 0 en reste ce qui veut dire que le résultat est trouvé.

Au bout de 56 restes nous sommes tombés sur un 0.

Nous avons vérifié le résultat que nous avions trouvé avec une calculatrice nous permettant de rentrer le nombre en entier car nos calculatrices de collège sont limitées et elles ne nous permettaient pas de rentrer une valeur de 56 chiffres.

Donc le nombre qui multiplié par 2013 est égal à un résultat comportant que des chiffres 1 est le nombre

« 551967765082519180879836617541535574322459568361207705 47»



Résultat :

55 196 776 508 251 918 087 983 661 754 153 557 432 245 956 836 120 770 547

Prolongement :

Ensuite, nous avons cherché avec d'autres nombres comme 1013 ; 2014 ; 2015... puis nous avons remarqué que cela ne marchait pas avec les nombres pairs ni avec les nombres finissant par 5 (2014 ; 2015...). (4)

Nous nous sommes concentrés sur les nombres finissant par 13 comme (1013 ; 3013 ; 4013...) et nous avons, par exemple, trouvé un nombre à 43 chiffres pour 1013.

Notes de l'édition

(1) Les détails de cette méthode ne sont malheureusement pas explicitement donnés. L'idée est de deviner les chiffres du nombre recherché en partant des unités : pour obtenir un 1 en multipliant un nombre terminant par 3, on ne peut que prendre le chiffre 7, ainsi on sait que le nombre recherché doit se terminer par 7. Pour trouver le deuxième chiffre : le 7 des unités nous donne déjà 9 dizaines, il en faut donc 2 de plus pour avoir un 11 dizaines. Pour cela, on n'a pas le choix, il faut multiplier 3 par 4 pour obtenir un 2 en unité. Ainsi le chiffre des dizaines est un 4 -- ce qu'on peut déchiffrer sur la figure de gauche. Il serait intéressant de savoir si cette méthode marche tout le temps et s'il y a des choix à faire.

(2) Cette méthode est la même que la précédente mais a été faite par l'autre collège

(3) Les numéros des colonnes et des cases se réfèrent à la figure donnée dans la page suivante en commençant avec la ligne 2 (le premier nombre, 11111, est en colonne A, ligne 2). La formule « D2*10+1 » correspond à la formule pour la case en colonne A, ligne 3. De manière générale, la case en colonne A, ligne i+1 est obtenue à partir de la case colonne D, ligne i avec la formule Di*10+1.

(4) Il serait intéressant de comprendre pourquoi cela ne marche pas avec ces nombres.