

17 pavages à l'Alhambra ?

Les 26 élèves de la 4^{ème} A

Collège Henri Wallon, Marseille (13)
Enseignants : Sabah LAZREG, Philippe DOS REIS et David RIOU
Chercheur : Alex GAUDILLIÈRE



Sujet

Le palais de l'Alhambra, vieux de plus de 1000 ans, possède des mosaïques où l'on peut voir, paraît-il, les 17 types possibles de pavages du plan. Notre projet a pour but de déterminer le nombre de pavages possibles et de vérifier s'ils sont tous présents à l'Alhambra.

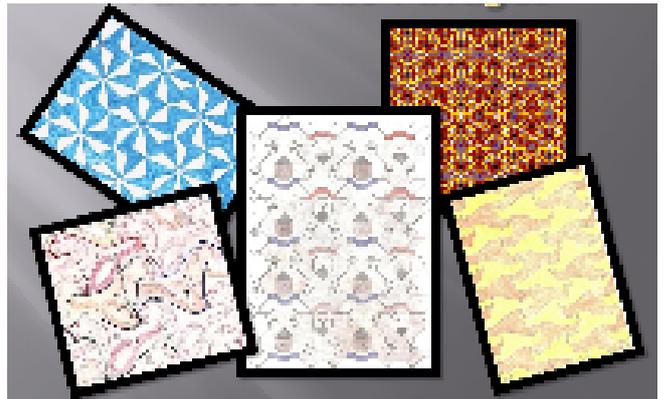
Mots-clés

PAVAGE, RÉGULIER, PÉRIODIQUE, PLAN, ISOMÉTRIE, GROUPE, CRISTALLOGRAPHIQUE, SYMÉTRIE, ROTATION, TRANSLATION, 17

① Dans un 1^{er} temps, nous avons étudié les différentes transformations du plan [qui conservent les distances] : *translations*, *symétries axiales*, *symétries glissées* et *rotations* qui sont à la base de tous les *pavages* [par motifs répétitifs].

② Toutes les rotations ne permettent pas de paver le plan, seules celles qui sont d'ordre 1, 2, 3, 4 et 6 le permettent (*l'ordre d'une rotation* est le nombre de rotations successives que l'on doit faire pour retomber sur la figure de base).

Puis, nous avons repris et construit de nombreux pavages en essayant de varier l'ordre de rotation :



③ Ensuite, nous avons combiné les différentes rotations possibles avec les translations et les symétries. Certaines combinaisons sont impossibles, d'autres donnent deux résultats en fonction de la position des axes de symétrie. Nous en avons comptabilisé 17, nombre que nous retrouvons logiquement dans la littérature.

Nous pouvons résumer notre recherche dans le tableau suivant [agrandi page suivante en annexe 1]:

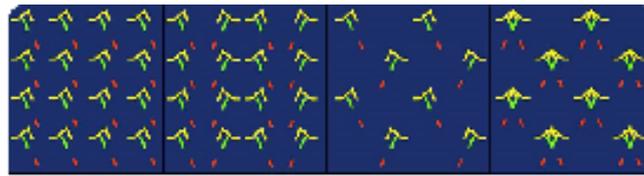
Pas de rotation					
Rotation ordre 2					
Rotation ordre 3					
Rotation ordre 4					
Rotation ordre 6					

Enfin, nous avons adapté une méthode pour pouvoir déterminer le nom d'un pavage que l'on a sous les yeux en posant des questions dans un ordre bien précis [voir le résultat en annexe 2 au dos].

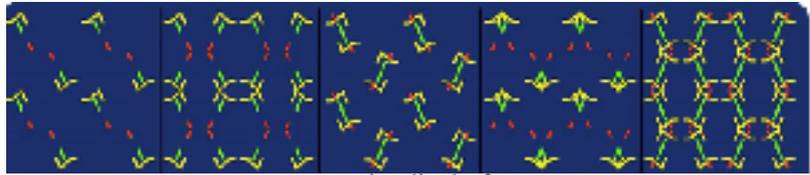
Pour terminer notre projet, nous sommes allés à Grenade, au palais de l'Alhambra. Malheureusement, nous n'avons pas vu les 17 types de pavages. La visite se fait rapidement et nous n'avons pas eu accès à toutes les salles. Peut-être sont-ils quand même présents, peut-être est-ce une légende ?

[...]

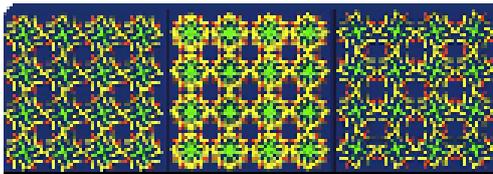
Annexe 1



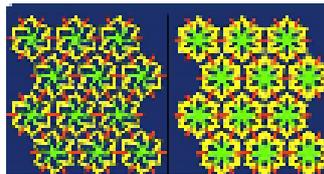
Pas de rotation



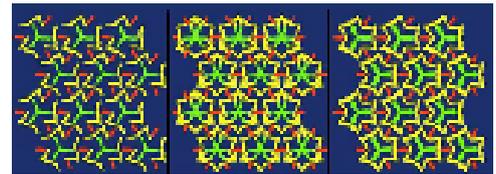
rotation d'ordre 2



rotation d'ordre 3

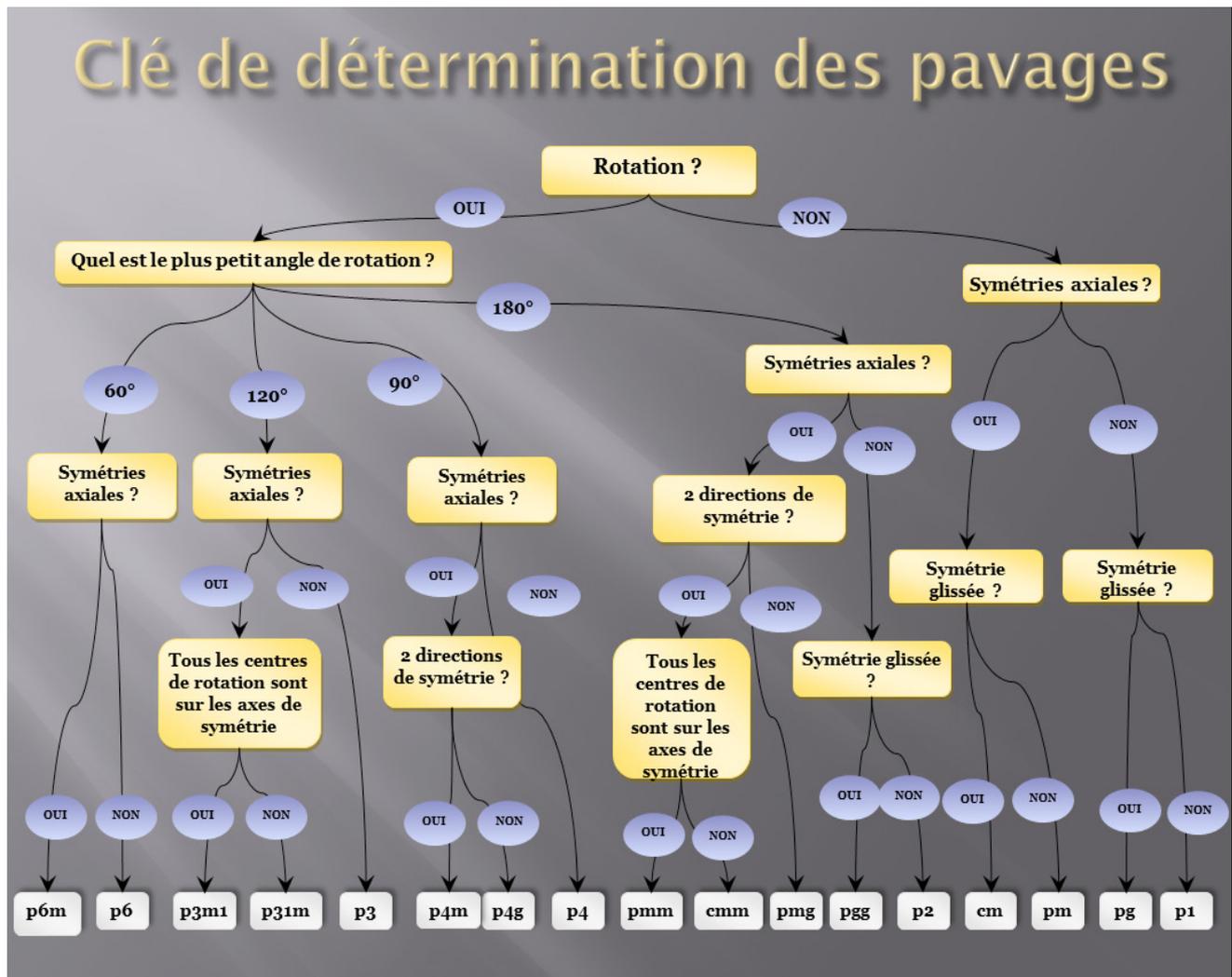


rotation d'ordre 4



rotation d'ordre 6

Annexe 2



[Classification des pavages réguliers du plan]